



Lantmäteriet
Lantmäteriverket - National Land Survey
S - 801 82 GÄVLE · SWEDEN

Tekniska skrifter - Professional Papers

LMV-RAPPORT 1995:20

ISSN 0280-5731

**Slutberäkningen av Sveriges tredje
precisionsavvägning - försök till
problembeskrivning i nordiskt perspektiv**

Martin Ekman

Gävle 1995

Lantmäteriverkets senaste Tekniska skrifter i geodesi

- 1992:14 Hedling G, Jivall L, Jonsson B, Andreasson J: Some Swedish GPS Activities 1991 - Geodetic Control Surveying, Aerial Photography and a Swedish DGPS Network.
- 1992:16 Almgren K & Sandvik L H: Alternativa metoder vid framställandet av orienteringskartor.
- 1992:21 Eurenus B & Norin D: GPS inom förrättningsmätning.
- 1993:1 Ekman M: Geoiden i Sverige och geoidhöjdssystemet RN 92.
- 1993:2 Ottoson C: Undersökning av Wild GPS-system 200 - GPS-mottagare samt tillhörande programvara.
- 1993:4 Jivall L & Ottoson C: Jämförelse mellan Leicas och Ashtechs GPS-System.
- 1993:5 Svensson R: Utvärdering av geodetiska nät-utjämningsprogram på PC.
- 1993:7 Hedling G & Jonsson B: PREF - A Test of a Swedish Network of Reference Stations for Positioning.
- 1994:14 Johnson M: Regionalt studium av riksnäten med GPS - en homogenitets- och transformationsstudie.
- 1994:24 RIX 95 - en utredning om förtätning av de geodetiska riksnäten och anslutning av lokala stomnät.
- 1994:25 Persson K & Persson C-G: Datafångst för GIS med användning av GPS.
- 1994:28 Reit B-G: SWEREF 93 - ett nytt svenskt referenssystem.
- 1995:3 Kurkinen K: Radiolänkar för överföring av GPS-data.
- 1995:4 Persson C-G: Terrestrial Methods in Surveying, Mapping and Establishment of Geographic Data Bases.
- 1995:14 Bergman A & Frisk A: Positionsnoggrannheten för differentiell GPS via EPOS-tjänsten.
- 1995:15 Hedling G & Jonsson B: SWEPOS - A Swedish Network of Reference Stations for GPS.
- 1995:16 Norin D & Eurenus B: Fortsatta försök med GPS inom förrättningsmätning.
- 1995:17 Nilsson G: Förrättningsmätning med GPS i AC län.
- 1995:20 Ekman, M: Slutberäkningen av Sveriges tredje precisionsavvägning - försök till problem-beskrivning i nordiskt perspektiv.

Slutberäkningen av Sveriges tredje precisionsavvägning - försök till problembeskrivning i nordiskt perspektiv

Martin Ekman

Innehåll

Förord

1. Sveriges precisionsavvägningar
 2. Nordens precisionsavvägningar
 3. Korrektioner
 4. Geopotentialer
 5. Utjämnings
 6. Landhöjningen
 7. Ålandsfrågan
 8. Höjdsystem
- Referenser

Förord

Inför den framtida slutberäkningen av Sveriges tredje precisionsavvägning, vanligen kallad riksavvägningen, har önskemål framförts om en problembeskrivning. Detta är ett försök till en sådan, som förhoppningsvis kan tjäna som utgångspunkt för dem som skall börja arbeta med slutberäkningen och delta i de diskussioner som kommer att föras inom Nordiska Kommissionen för Geodesi. Slutberäkningen bör nämligen genomföras som en del i en gemensam beräkning av Nordens precisionsavvägningar. Detta är väsentligt för både utjämningen, landhöjningsberäkningen och höjdsystemet. På grund av landhöjningen krävs det dessutom att man blandar in äldre precisionsavvägningar. Det som kommer att gås igenom här är principfrågor relaterade till beräkningsmetoderna; däremot kommer inte det stora och tidsödande arbetet med datahanteringen och tillhörande felanalyser att behandlas. För att den intresserade lätt skall kunna tränga vidare in i olika problem har referenslistan gjorts ganska omfattande.

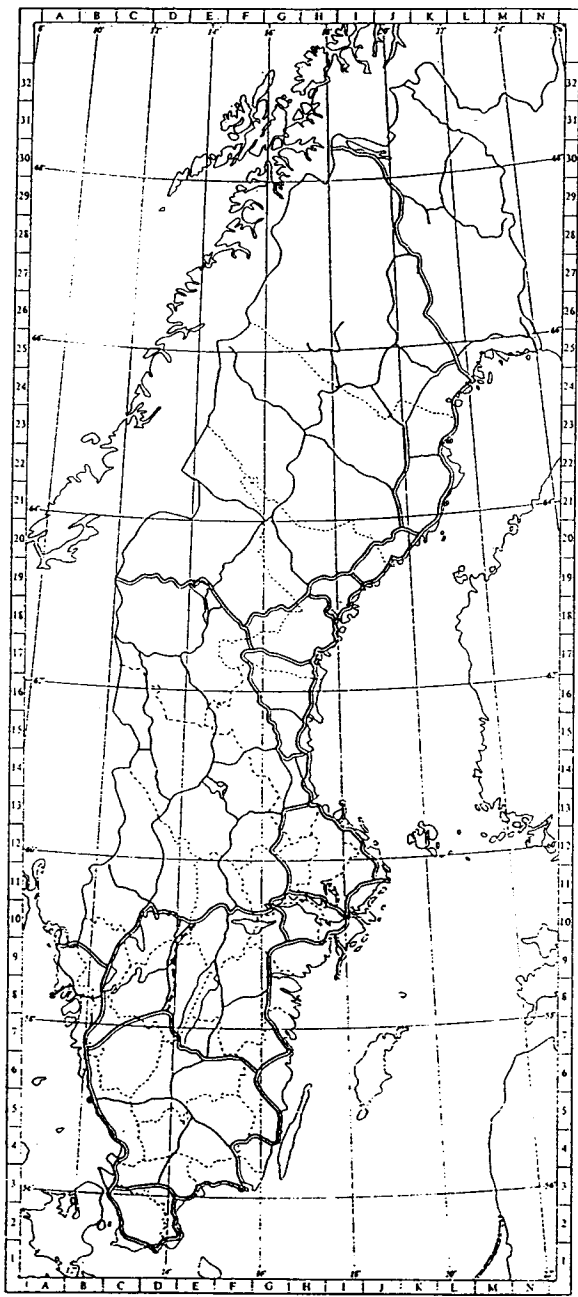
1. Sveriges precisionsavvägningar

Sveriges första precisionsavvägning genomfördes 1886 - 1905. Dess omfattning framgår av figur 1 (dubbeltecknade linjer); huvuddelen gjordes till fots längs järnvägar. Grundmedelfelet blev $4.4 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$. Det resulterande höjdsystemet är RH 00 (Rikets höjdsystem 1900). Beräkningarna finns behandlade i Rosén (1899, 1906) och i Lantmäteriverkets geodetiska handskrift G 2577. Om höjdsystemet se även Ekman (1991).

Sveriges andra precisionsavvägning genomfördes 1951 - 1967. Dess omfattning framgår av figur 1; även denna gång gjordes huvuddelen till fots längs järnvägar. Nätet var dock tätare, särskilt i Norrlands inland. Grundmedelfelet blev nu $1.6 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$. Det resulterande höjdsystemet är RH 70 (Rikets höjdsystem 1970). Beräkningarna behandlas i Pettersson (1968), RAK (1974), Ussisoo (1977) och i handskrifterna P 604 - 611. Senare tillkom Gotland som behandlas i handskrift G 12032. Om höjdsystemet se även Ekman (1991).

Vid beräkningen av den andra precisionsavvägningen kunde man ta hänsyn till landhöjningen genom att jämföra första och andra avvägningarna. För att göra detta nyberäknade man då den första avvägningen enligt samma principer som den andra.

Sveriges tredje precisionsavvägning - "riksavvägningen" - påbörjades 1979 och är tänkt att avslutas 2003. Dess omfattning visas i figur 2; den utförs som bekant med bil och går alltså huvudsakligen längs bilvägar. Nätet är denna gång betydligt tätare. Provberäkningar över mindre områden tyder på ett grundmedelfel på omkring $1 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ (Sjöberg, 1981; Becker m fl, 1988). För närvarande beräknas höjder från riksavvägningen i det nuvarande höjdsystemet RH 70 genom att höjder från andra precisionsavvägningen i princip hålls fasta. Den pågående beräkningen fungerar alltså som en sorts förtätning; de så framräknade höjderna betecknas RH B 70 (för att skilja dem från tidigare förtätningar av RH 70). För en närmare genomgång av riksavvägningen se Becker (1984, 1985).



Figur 1 (till vänster). Sveriges första precisionsavvägning (dubbeltecknade linjer) och andra precisionsavvägning (samtliga linjer).

Figur 2 (till höger). Sveriges tredje precisionsavvägning.

2. Nordens precisionsavvägningar

Finlands första precisionsavvägning genomfördes 1892 - 1910 med grundmedelfelet 1.3 mm/ $\sqrt{\text{km}}$. Motsvarande höjdsystem benämns NN. Beräkningarna finns redovisade i Blomqvist & Renqvist (1910).

Finlands andra precisionsavvägning genomfördes 1935 - 1955 med grundmedelfelet 0.6 mm/ $\sqrt{\text{km}}$. Tillhörande höjdsystem är N 60. Beräkningarna, inklusive landhöjningen, redovisas i Kääriäinen (1966). Senare gjordes en komplettering med Lappland (Takalo & Mäkinen, 1983) och en ut till Åland (Kakkuri & Kääriäinen, 1977). En omräkning av landhöjningen enligt förbättrade metoder gjordes av Suutarinen (1983) men de officiella höjderna i N 60 har behållits oförändrade.

Norges första precisionsavvägning 1890 - 1909 var på grund av de komplicerade (= vackra) höjdförhållandena starkt begränsad. Den ledde till höjdsystemet NN (se NGO, 1912) men har inte ansetts vara användbar till beräkningar ihop med modernare avvägningar.

Norges andra precisionsavvägning utfördes 1916 - 1953 med grundmedelfelet 2.1 mm/ $\sqrt{\text{km}}$. Tillhörande höjdsystem är NN 1954. Beräkningarna redovisas i Trovaag & Jelstrup (1956). Den nordliga delen av Norge ingick inte då; först senare kunde denna kopplas till systemet.

Danmarks första precisionsavvägning utfördes 1885 - 1904 med grundmedelfelet 1.4 mm/ $\sqrt{\text{km}}$. Motsvarande höjdsystem benämns DNN GM. Beräkningarna finns redovisade i Petersen (1909, 1911, 1912). Dessa höjder används alltjämt för praktiskt bruk.

Danmarks andra precisionsavvägning utfördes 1938 - 1953 med grundmedelfelet 0.9 mm/ $\sqrt{\text{km}}$. Tillhörande höjdsystem är DNN GI. Beräkningarna, inklusive landhöjningen, redovisas för Jylland av Bedsted Andersen m fl (1974). För Fyn-Sjælland finns en mera provisorisk beräkning av Simonsen (1949). Dessutom bör nämnas att en särskild förbindelse finns med Sverige genom hydrostatiskt nivellement över Öresund (Nørlund, 1946; Bedsted Andersen m fl, 1986).

De nordiska näten i andra avvägningarna kan ses i figur 3 (avsnitt 7). Den som vill ha en översikt över höjdberäkningarna i Norden kan titta i Mäkinen (1987); för höjdsystemen se även Ekman (1995).

I Finland, Norge och Danmark har liksom i Sverige de tredje precisionsavvägningarna påbörjats, i Finland 1978, i Norge 1982 och i Danmark 1985. De danska avvägningarna har redan fullbordats (1992), medan de övriga förhoppningsvis kan bli klara ungefär samtidigt med de svenska (i så fall omkring 2003).

Det är nu dags att gå över till genomgången av beräkningsmetoderna.

3. Korrektioner

Stånglängdskorrektion görs för att korrigera för fel i stångens skala, inklusive dess eventuella värmeutvidgning. Korrektionen är proportionell mot den mätta höjdskillnaden och blir därför av betydelse i kuperad terräng. Korrektionen har gjorts i både första och andra precisionsavvägningarna och görs, i förfinad form, nu även i den tredje. Den görs på liknande sätt även i de andra nordiska länderna. Här uppkommer knappast något problem inför slutberäkningen.

Refraktionskorrektion görs för att korrigera för refraktionen längs siktlinjen. Även denna korrektion är proportionell mot den mätta höjdskillnaden och kan bli betydande i kuperad terräng. I den första avvägningen gjordes ingen sådan korrektion. I den andra avvägningen däremot gjordes den, och då enligt en metod av Kukkamäki (1938, 1939) grundad på den vertikala temperaturgradienten. För att kunna beräkna den andra avvägningen med dess koppling via landhöjningen till den första avvägningen måste man då försöka uppskatta korrektionen även i den första avvägningen; detta gjordes med hjälp av uppgifter om vädret. Remmer (1977, 1980) har ifrågasatt temperaturgradientmetoden och istället föreslagit att effekten kan beräknas med statistiska metoder kopplade till utjämningen. Dessutom hävdar han att denna metod (åtminstone i Finland) ger 3 gånger större korrektioner än den tidigare metoden. I den nuvarande beräkningen av tredje avvägningen görs ingen korrektion alls. Detta beror dels på osäkerheten om hur den skall göras, dels på att effekten blir mindre med den högre siktlinje som används vid bilavvägning jämfört med fotavvägning (jämför Sjöberg, 1981; Becker m fl, 1988). I de andra nordiska länderna är bilden splittrad. Inför slutberäkningen måste man ta ställning till problemet med hur refraktionen skall hanteras. Eftersom temperaturgradienten inte mäts i Sverige (bara i Finland), lutar det åt en statistisk metod; däremot mäts temperaturen samt registreras andra parametrar om väder och om väg, vilka kanske skulle kunna utnyttjas i sammanhanget och för studier av eventuella andra likartade systematiska fel. I samband med detta bör man också fundera över om refraktionen behöver räknas om i de tidigare avvägningarna.

Jordkrökningskorrektion görs för att korrigera för Jordens krökning längs siktlinjen i de fall avvägningsinstrumentet inte är uppställt mitt emellan stängerna. Eftersom man normalt använder mittuppställning är korrektionen i allmänhet överflödigt och har inte heller beräknats i de tidigare avvägningarna. I den pågående beräknas den dock för säkerhets skull, delvis eftersom mittuppställning inte görs lika noggrant med bil som till fots. Något problem med detta i slutberäkningen lär inte föreligga.

Tidjordskorrektion, förut ofta kallad astronomisk korrektion, görs för att korrigera för månens och solens inverkan på lodlinjen och på jordskorpan. Den är ganska liten och försumrades i den första avvägningen. I den andra avvägningen beräknades den dock, och då enligt formler av Jensen (1949). Eftersom effekten troddes vara rent periodisk ansågs inget behov finnas av att räkna om första avvägningen med denna korrektion. I den nuvarande beräkningen av den tredje avvägningen görs korrektionen på i princip samma sätt som i den andra (de

astronomiska bakgrundsformlerna är hämtade från Longman (1959)). Inom Norden har man gjort på olika sätt i olika länder. Inför slutberäkningen dyker här ett problem upp i form av den så kallade permanenta tidjorden. En väsentlig del av tidjorden är nämligen inte periodisk utan tidsberoende; den ingår som en systematisk del i den nuvarande tidjordskorrektionen och växer till märkbara belopp i Sveriges längdriktning. Den permanenta tidjorden är en ren funktion av latituden och kan i princip behandlas på tre olika sätt, som resulterar i höjdsystem som lutar emot varandra i latitud-led; se Ekman (1989). Vi återkommer till detta problem i avsnitt 8 (om höjdsystem); här skall bara påpekas att fenomenet måste hanteras på samma sätt i alla tre avvägningarna och dessutom på samma sätt i de olika nordiska länderna innan nordiska utjämningsarbeten kan göras.

Landhöjningsreduktion skulle kunna göras för landets höjning under den tidsrymd precisionsavvägningen pågår, om landhöjningshastigheten ansågs tillräckligt känd. Hittills har detta inte varit fallet och landhöjningen har bestämts och reducerats för i samband med utjämningsarbeten, som därför har måst omfatta även äldre avvägningar. Vi återkommer till detta i avsnitt 5 (om utjämningsarbeten).

4. Geopotentialer

På grund av oregelbundenheterna i Jordens tyngdkraftsfält är som bekant de mätta (och korrigerade) höjdskillnaderna inte entydiga; de är beroende av vilken väg man gått mellan punkterna. Det som är entydigt är motsvarande *geopotentialskillnader*, det vill säga potentialskillnaderna i tyngdkraftsfältet. Det är dessa som sedan skall ligga till grund för utjämningsarbeten.

Potentialskillnaderna beräknas för varje fixhåll som produkten av tyngdkraften där och höjdskillnaden, jämför Heiskanen & Moritz (1967). Eftersom tyngdkraften inte är mätt för varje fixhåll måste den interpoleras. Tyngdkraften själv är dock alltför oregelbunden för interpolation. Det man interpolerar är istället någon typ av tyngdkraftsanomali, lämpligast *Bougueranomalin*. Hur interpolationen görs spelar mindre roll; den kan exempelvis göras mellan de tre - fyra närmast belägna punkterna och omvänt proportionell mot avståndet till dessa, eller med någon generell interpolationsmetod som genererar anomalikurvor. Ur den interpolerade Bougueranomalin kan sedan tyngdkraftsvärdet räknas ut, se Heiskanen & Moritz (1967).

I den första precisionsavvägningen beräknades, i brist på tyngdkraftsmätningar, potentialskillnaderna approximativt genom användning av normaltyngdkraftsfältet. I den andra precisionsavvägningen gjordes potentialberäkningarna med verkliga tyngdkraftsvärden, mätta och delvis interpolerade längs avvägningens linjerna, i tyngdkraftssystemet RG 62 (ECS 62); den första avvägningen räknades då om på samma sätt. (I den nuvarande beräkningen av den tredje avvägningen är frågan inte aktuell, eftersom den endast utgör en förtätning av den andra.) Situationen i de övriga nordiska länderna har varit likartad. I slutberäkningen bör potentialskillnaderna beräknas enligt principen ovan med interpolation ur 2:a ordningens tyngdkraftsnät (punktavstånd omkring 5 km). Det nuvarande tyngdkraftssystemet i detta nät, RG 62 (ECS 62), ligger dock på fel

absolutnivå, eftersom det stammar från den tid då absolutmätning av tyngdkraft inte kunde göras med tillräcklig noggrannhet. Det bör därför transformeras till det nya tyngdkraftssystemet RG 82 i 0:e ordningens nät (Haller & Ekman, 1988; jämför Pettersson, 1967); transformationen kan göras approximativt med bara en konstant. Dessutom bör då potentialskillnaderna i de tidigare avvägningarna räknas om till samma tyngdkraftssystem.

5. Utjämnings

På grund av landhöjningen behöver man utjämna minst två precisionsavvägningar samtidigt. Under förutsättning att gemensamma punkter finns överallt kan utjämnings i princip göras enligt någon standardmetod, med såväl *geopotentialskillnaderna* ("höjdskillnaderna") som deras *tidsderivator* ("landhöjningsskillnaderna") som obekanta. Sådana utjämnings, av första och andra avvägningarna, har gjorts i Finland av Suutarinen (1983) och i Danmark av Bedsted Andersen m fl (1974). I en strikt utjämnings måste man ta hänsyn till den korrelation som här introduceras mellan avvägningarna, men erfarenheten tycks visa att den spelar en rätt blygsam roll.

Ofta har man emellertid områden där bara en avvägning finns. Detta ger upphov till ett problem som brukar lösas med någon mer approximativ metod, vanligen ett *iterativt förfarande*. Iterationen kan gå till på följande sätt. Först beräknar man ur de två avvägningarna preliminära landhöjningsvärden, som för områden med bara en avvägning interpoleras. Med dessa landhöjningsvärden reducerar man sedan respektive avvägning till sin medelepok och utjämnar. Därefter beräknar och interpolerar man förbättrade landhöjningsvärden, som sedan ger förbättrade reduceringar av avvägningarna till sina medelepoker etc. Sådana förfaranden har använts i Finland av Kääriäinen (1966) och i Sverige av Ussisoo (1977). Effekten av försummad korrelation mellan avvägningarna i den förstnämnda beräkningen har diskuterats av Bedsted Andersen & Remmer (1982) och Mäkinen (1987); jämför Kääriäinen (1955).

I utjämnings kan man, om man så vill, stoppa in även annan landhöjnings-information än den från avvägningarna själva, exempelvis från vattenståndsdata och kanske GPS. Detta kommenteras i avsnitt 6 (om landhöjnings).

Med tre precisionsavvägningar kommer nu möjligheten finnas att inte bara utjämna dem parvis, utan också att utjämna alla tre i ett sammanhang. I experimentsyfte har nyligen Saaranen & Mäkinen (1995) utfört en gemensam utjämnings av huvuddelen av de tre finska avvägningarna. En framträdande egenskap hos en sådan lösning är att den andra (mellersta) avvägningen får mycket litet inflytande; resultatet kommer att domineras av första och tredje avvägningarna, alltså de i "ändpunkterna av tidsaxeln". Detta är ju en karaktäristisk egenskap hos minsta kvadrat-metoden.

Inför slutberäkningen måste man avgöra om det iterativa förfarandet skall användas eller inte, och om två eller tre avvägningar skall ingå. Med tanke på de

svenska nätens mycket olika täckning bör kanske iterationsförfarandet tillgripas. I vilket fall som helst verkar det rimligt att utnyttja alla tre avvägningarna.

I Sverige föreligger en svårighet i samband med våra tre avvägningars olika noggrannhet och olika tidsmellanrum. Förenklat uttryckt har vi en dålig avvägning i ena änden av tidsaxeln och två bra i andra änden (jämför avsnitt 1). Landhöjningsbestämningen ur första och andra avvägningarna gynnas av det långa tidsmellanrummet (1892 - 1960 = 68 år) men missgynnas av den förstas dåliga noggrannhet (4.4 mm/ $\sqrt{\text{km}}$) och dåliga täckning; landhöjningsbestämningen ur andra och tredje avvägningarna kommer att gynnas av deras bättre noggrannhet (1.6 respektive omkring 1.0 mm/ $\sqrt{\text{km}}$) och bättre täckning men missgynnas av det alltför korta tidsmellanrummet (1960 - cirka 1991 \approx 31 år). Ser vi på det i siffror blir medelfelet i landhöjningen ur första och andra avvägningarna 0.069 mm/ $\sqrt{\text{km}}$, medan det kommer att bli omkring 0.061 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ ur andra och tredje. I Finland och Danmark är motsvarande siffror i båda fallen mindre än hälften av våra, i det första fallet på grund av bättre första avvägningar, i det andra på grund av längre tidsmellanrum; dessa länder har alltså tre bra avvägningar jämnt fördelade över tiden (jämför avsnitt 2, från vilket vi även minns att Norge "saknar" första avvägning). Kombinerar vi första och tredje avvägningen sjunker medelfelet till omkring 0.046 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ i Sverige, medan det i Finland och Danmark sjunker till nästan en tredjedel av vårt.

Särskilt tydligt kommer detta problem att visa sig i sydöstligaste Sverige. Här är nämligen den första avvägningen extra dålig (Witting, 1918), så att den knappast är användbar. Samtidigt är tidsmellanrummet mellan andra och tredje avvägningarna extra kort, bara omkring 15 år; detta beror på att dessa avvägningar tyvärr inte genomförts i samma geografiska ordning genom landet. Det är osannolikt att avvägningarna här kan ge några landhöjningsvärden som är användbara för reduktion av avvägningarna till enhetliga epoker.

En sedan länge diskuterad fråga är hur utjämningen av avvägningarna skulle kunna stärkas genom en förbindelse mellan Sverige och Finland via Åland. Denna fråga behandlas i avsnitt 7 (om Ålandsfrågan).

6. Landhöjningen

Om avvägningarna ger en tillräckligt bra landhöjningsbestämning kan man tänka sig att använda enbart denna för reduktionen av avvägningarna till enhetliga epoker. Den principen användes vid beräkningen av andra avvägningen i såväl Finland som Danmark.

Om avvägningarna däremot ger en otillfredsställande landhöjningsbestämning är det fördelaktigt att ta in även andra data i sammanhanget, närmast då långa *vattenståndsserier* från mareografer längs kusten. Landhöjningen beräknas här i princip genom lineär regression av årsmedelvärden av vattenståndet. Vattenståndsvariationerna mellan åren uppvisar en tydlig koherens mellan många mareografer; tar man hänsyn till denna blir noggrannheten i landhöjningsskillnader bestämda ur vattenståndsdata ofta klart bättre än dem ur avvägningarna. Denna

princip användes vid beräkningen av andra avvägningen i Sverige av Asplund (1968) och Ussisoo (1977), även diskuterad av Sjöberg (1987). På grund av oceanografiska faktorer finns det dock ingen entydig metod att bestämma noggrannheten.

Längs de nordiska ländernas kuster finns nära 50 mareografer som varit igång i mer än 60 år, varav så många som hälften i ungefär 100 år och en (Stockholm) i 200 år. En enhetlig beräkning av landhöjningen vid alla dessa mareografer, reducerad till 100-årsperioden 1892 - 1991, publiceras av Ekman (1996); här ingår även landhöjningsskillnader för fyra stora sjöar (i Sverige och Finland).

Inför slutberäkningen måste man avgöra om landhöjningsresultat från vattenståndsserier skall ingå eller inte. Med tanke på förhållandena i Sverige (och Norge) är det nog väsentligt att sådana ingår, förslagsvis enligt den ovan angivna nordiska beräkningen.

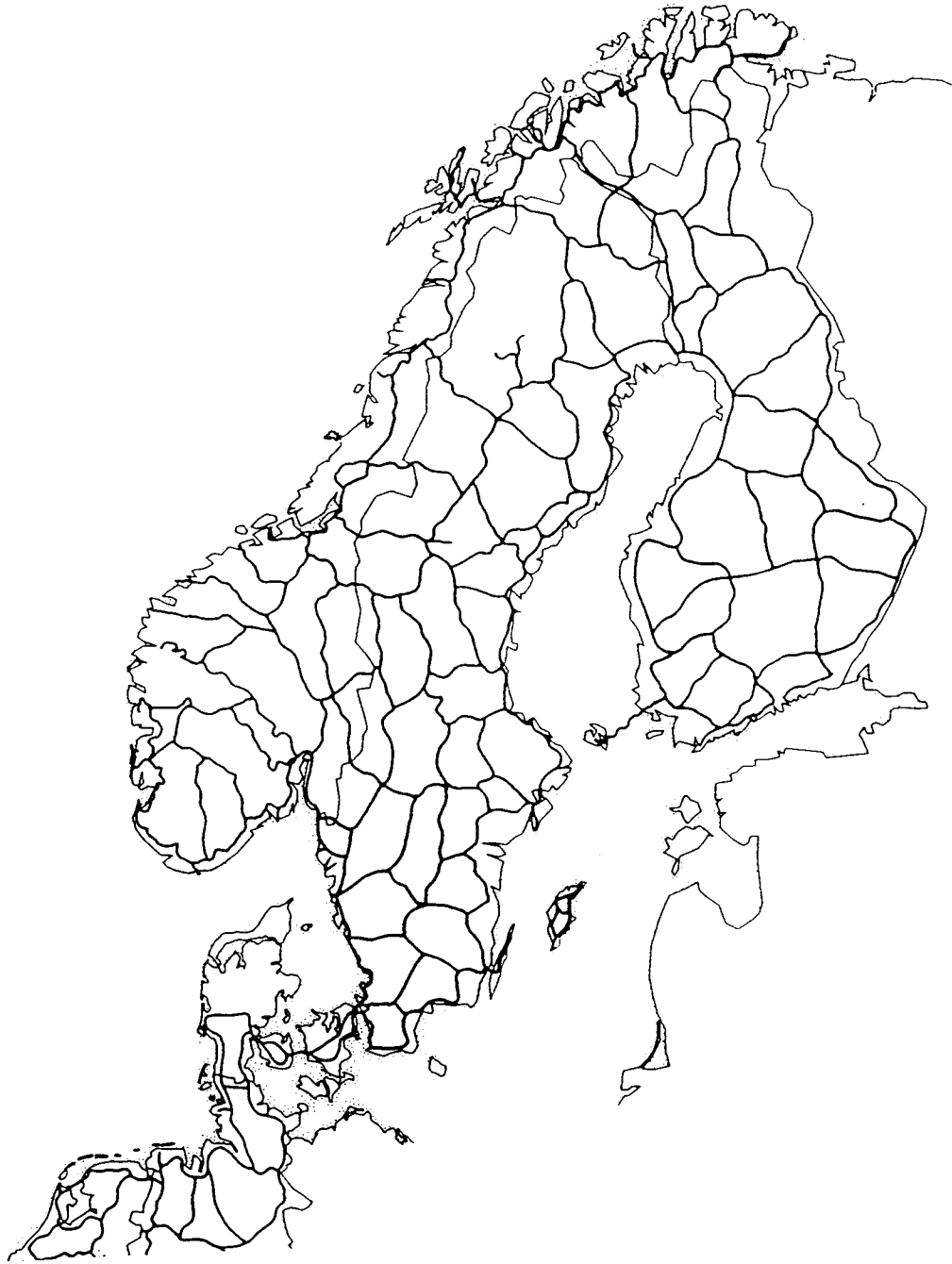
Dessutom öppnar sig eventuellt en ny möjlighet när de fasta referensstationerna för GPS varit igång längre: att låta även landhöjningsresultat från dessa ingå. I så fall måste geoidens höjning (till följd av landhöjningen) först elimineras.

7. Ålandsfrågan

Sedan länge har man diskuterat och försökt utreda hur man skulle kunna åstadkomma en förbindelse mellan de svenska och finska avvägningarna över Ålands hav; jämför figur 3. Tre metoder har diskuterats. Den första är en "oceanografisk-meteorologisk avvägning", grundad på mätningar av oceanografiska och meteorologiska parametrar. Den andra är hydrostatiskt nivellement med slang. Den tredje är GPS kombinerad med geoidbestämning. Det hydrostatiska nivellementet är mycket noggrant men oerhört kostsamt, de båda andra metoderna håller inte önskvärd noggrannhet.

I Ekman & Mäkinen (1996) presenteras en lösning på detta problem med hjälp av en "oceanografisk avvägning" grundad på befintliga data, helt utan nya mätningar. Metoden bygger på medelhavsytan vid mareograferna i kombination med en beräkning av långtidsmedelvärdet av vattenståndsskillnaden tvärs över Ålands hav, som helt domineras av den så kallade geostrofiska effekten av havsströmmen där. Medelfelet uppskattas till 1 cm. På detta sätt har en slinga runt hela Bottniska viken kunnat slutas och påtagligt förstärka andra precisionsavvägningen.

Inför slutberäkningen måste man avgöra hur man skall hantera Ålandsfrågan. Den ovan angivna lösningen skulle vara användbar i alla tre avvägningarna.



Figur 3. De andra precisionsavvägningarna i Norden, med luckan vid Ålands hav.

8. Höjdsystem

Avslutningsvis är det dags att behandla frågan om höjdsystem. Det är i princip fyra storheter som måste fastställas för att definiera höjdsystemet.

1. *Nollpunkt*, vanligtvis relaterad till medelhavsytan vid en viss ort och epok.
2. *Gravimetrisk typ av geoid*, det vill säga klassisk geoid (ortometriska höjder) eller kvasigeoid (normalhöjder).
3. *Tidjordstyp av geoid*, det vill säga medelgeoid, tidjordsfri geoid eller nollgeoid.
4. *Epok*, alltså den tidpunkt till vilken höjderna refereras.

En översikt över Sveriges och de övriga nordiska ländernas nuvarande höjdsystem ges i tabell 1 (för referenser se avsnitt 1 och 2). Utöver de nationella systemen finner vi där även det europeiska systemet UELN 73 (Ehrnsperger & Kok, 1986), som bygger på en gemensam utjämning av de västeuropeiska avväggningsnäten; det är en efterföljare till UELN 55 (Simonsen, 1960). Vi finner också det inofficiella nordiska systemet NH 60 (Ekman & Mäkinen, 1996), främst avsett för oceanografiska ändamål.

Tabell 1. Översikt över nuvarande höjdsystem i Norden (från Ekman, 1995). För varje land/område med sitt system anges nollpunkt = medelhavsytagens ort och epok, gravimetrisk typ av geoid, tidjordstyp av geoid, och systemets epok.

Finland	Sverige	Norge	Danmark
N 60	RH 70	NN 1954	DNN GI
Helsingfors 1944	Amsterdam 1684, medelflod	Tregde 1952	Danska kusten, medelv. 1899
Klassisk	Kvasi	Klassisk	Klassisk, end. pot.
Medel	Tidjordsfri	Medel	Tidjordsfri
1944/1960	1960/1970	Ingen	1950
	Västeuropa UELN 73	Norden (inoff.) NH 60	
	Amsterdam 1684, medelflod	Amsterdam 1684, medelflod	
	Klassisk, end. pot.	Klassisk	
	Blandning (1960)	Medel 1960	
		Ålandsförb. ingår	

Följande något personliga synpunkter kan lämnas på valet av nytt svenskt och eventuellt nordiskt höjdsystem.

1. Nollpunkten bör vara Normaal Amsterdams Peil (NAP), ursprungligen havets medelnivå vid flod i Amsterdam 1684 (17 cm över dåvarande medelhavsnivå där). Om NAP se Waalewijn (1987). Skälet till detta val är främst att NAP är en etablerad europeisk nollpunkt i UELN-systemen samt att den redan fungerar som svensk nollpunkt i RH 70. Den motsvarar också den nuvarande medelhavsnivån i sydvästligaste Östersjön (Ekman & Mäkinen, 1996). Denna nollpunkt medför att systemet på något sätt behöver knytas till det aktuella UELN-systemet.

2. Oberoende av val av gravimetrisk typ av geoid bör geopotentialtal ingå i systemet. I valet av geoidtyp är det tyngdkraftsfältet som spökar. En klassisk geoid med ortometriska höjder får man om geopotentialen divideras med den verkliga tyngdkraften, närmare bestämt dess medelvärde längs lodlinjen mellan jordytan och geoiden. En kvasigeoid med normalhöjder får man genom att geopotentialen istället divideras med normaltyngdkraften, närmare bestämt dess medelvärde längs ellipsoidnormalen mellan "telluroiden" och ellipsoiden. Här är en klassisk geoid med ortometriska höjder att föredra. Skälet är att endast detta begrepp har någon fysikalisk och intuitiv mening. De ortometriska höjderna bör i så fall beräknas som Helmerthöjder; se Heiskanen & Moritz (1967), jämför Strange (1982). För en kvasigeoid med normalhöjder talar å andra sidan att detta är det etablerade - men abstrakta - begreppet inom geoidberäkning. Eftersom det går att räkna om från det ena till det andra skulle man kunna välja det fysikaliskt och intuitivt relevanta.

3. I valet av tidjordstyp av geoid är det den permanenta tidjorden som spökar. Elimineras man den permanenta tidjordseffekten får man en tidjordsfri geoid. Behåller man den istället får man en medelgeoid. Elimineras man den permanenta tidjordsattraktionen från månen och solen men behåller den resulterande permanenta tidjordsdeformationen av Jorden, får man en nollgeoid. Detta problem bör lösas med en nollgeoid. Skälet är en kombination av fysikalisk entydighet och enkelhet, se Ekman (1989). Man kan även anföra att detta vore i överensstämmelse med IAG:s resolution om tyngdkraftsbegreppet 1983. Det finns dock vissa argument även för en medelgeoid, främst dess koppling till medelhavsytan. En tidjordsfri geoid är inte att rekommendera.

4. Epoken bör vara den medelepok som använts i beräkningarna, förslagsvis 1991. Man bör alltså avstå från att extrapolera höjderna till någon senare epok som känns mera modern vid systemets införande; detta ger bara nackdelar i form av onödiga felkällor i systemet.

Ett nytt svenskt höjdsystem enligt ovan, separat eller som del av ett nordiskt höjdsystem, kan lämpligen benämnas "Rikets höjdsystem 1991" (RH 91). Till detta bör knytas värden på landhöjningen relativt geoiden, det vill säga landhöjningen relativt havsytan (apparenta landhöjningen) + havsytans eustatiska höjning (jämför Ekman, 1993).

Referenser

- Asplund, L (1968): Land uplift in Sweden - A preliminary study based on repeated levellings and mareograph data. Rikets Allmänna Kartverks Meddelanden, D 2, 18 pp.
- Becker, J-M (1984): Uppbyggandet av Sveriges nya riksnät i höjd. Lantmäteriverkets Tekniska skrifter, 1984:1, 12 pp.
- Becker, J-M (1985): The Swedish experience with motorized levelling - New techniques and tests. Lantmäteriverkets Tekniska skrifter, 1985:7, 10 pp.
- Becker, J-M, Lithén, T, Nordquist, A (1988): Experience of motorized trigonometric levelling (MTL) - Comparison with other techniques. In Bedsted Andersen (ed): Modern Techniques in Geodesy and Surveying, Publications of the National Survey and Cadastre of Denmark, 1, 81-107.
- Bedsted Andersen, O, & Remmer, O (1982): Non-random effects in the Finnish levelling of high precision. Manuscripta Geodaetica, 7, 353-373.
- Bedsted Andersen, O, Kejlsø, E, Remmer, O (1974): Secular movements within Jutland as determined from repeated precise levellings 1885 - 94 and 1943 - 53. Geodætisk Instituts Skrifter, 40, 70 pp.
- Bedsted Andersen, O, Schmidt, K, Aarestrup-Michaelsen, M (1986): Water crossing levelling between Denmark and Sweden 1980 - 1981. Geodætisk Instituts Skrifter, 45, 45 pp.
- Blomqvist, E, & Renqvist, H (1910): Finlands precisionsafvägning 1892 - 1910. Öfverstyrelsen för väg- och vattenbyggnaderna i Finland, 265 pp.
- Ehrnsperger, W, & Kok, J J (1986): Status and results of the 1986 adjustment of the United European Levelling Network - UELN-73. In Pelzer & Niemeier (eds): Determination of heights and height changes, Dümmlers Verlag, 7-45.
- Ekman, M (1989): Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity. Bulletin Géodésique, 63, 281-296.
- Ekman, M (1991): Ellipsoider, geoider, koordinatsystem, höjdsystem och tyngdkraftssystem i Sverige. Lantmäteriverkets Tekniska skrifter, 1991:1, 54 pp.
- Ekman, M (1993): Postglacial rebound and sea level phenomena, with special reference to Fennoscandia and the Baltic Sea. In Kakkuri (ed): Geodesy and geophysics, Publications of the Finnish Geodetic Institute, 115, 7-70.
- Ekman, M (1995): What is the geoid? In Vermeer (ed): Coordinate systems, GPS, and the geoid. Reports of the Finnish Geodetic Institute, 95:4, 49-51.

- Ekman, M (1996): A consistent map of the postglacial uplift of Fennoscandia. *Terra Nova*, 8 (under tryckning).
- Ekman, M, & Mäkinen, J (1996): Mean sea surface topography in the Baltic Sea and its transition area to the North Sea - A geodetic solution and comparisons with oceanographic models. *Journal of Geophysical Research*, 101 C (under tryckning).
- Haller, L Å, & Ekman, M (1988): The fundamental gravity network of Sweden. *Bulletin d'Information de Bureau Gravimetrique International*, 63, 75-92.
- Heiskanen, W A, & Moritz, H (1967): *Physical geodesy*. W H Freeman & Co, 364 pp.
- Jensen, H (1949): Formulas for the astronomical correction to the precise levelling. *Geodætisk Instituts Meddelelser*, 23, 15 pp.
- Kakkuri, J, & Kääriäinen, J (1977): The second levelling of Finland for the Aland archipelago. *Publications of the Finnish Geodetic Institute*, 82, 55 pp.
- Kukkamäki, T J (1938): Über die nivellitische Refraktion. *Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes* 25, 48 pp.
- Kukkamäki, T J (1939): Formeln und Tabellen zur Berechnung der nivellitischen Refraktion. *Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes*, 27, 18 pp.
- Kääriäinen, E (1955): On the use of different adjustment methods for the determination of land uplift from precise levellings. In *Publications of the Finnish Geodetic Institute*, 46, 89-94.
- Kääriäinen, E (1966): The second levelling of Finland in 1935 - 1955. *Publications of the Finnish Geodetic Institute*, 61, 313 pp.
- Longman, I M (1959): Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. *Journal of Geophysical Research*, 64, 2351-2355 (with corrections in 66, p. 3082).
- Mäkinen, J (1987): The Fennoscandian Land Uplift - A Case Study. In Vanicek et al: *Four-dimensional geodetic positioning*, *Manuscripta Geodaetica*, 12, 201-209.
- NGO (1912): *Præcisionsnivellement og signalnivellementer*. *Norges Geografiske Oppmålings Geodetiske arbeider*, 1, 69 pp.
- Nørlund, N E (1946): *Hydrostatisk nivellement over Øresund*. *Geodætisk Instituts Skrifter*, 8, 84 pp.
- Petersen, N M, & Zachariae, G K C (1909): *Præcisionsnivellement Jylland*. *Publikationer fra Den Danske Gradmaaling*, 3, 191 pp.

- Petersen, N M (1911): Præcisionsnivellement Fyn, Sjælland og Falster. Publikationer fra Den Danske Gradmaaling, 8, 110 pp.
- Petersen, N M (1912): Vandstandsmaalingen, Normalhøjdepunktet for Danmark, Sammenligning af prøjssiske og svenske Nivellements-koter med danske m.m. Publikationer fra Den Danske Gradmaaling, 9, 156 pp.
- Pettersson, L (1967): The Swedish first order gravity network. Rikets Allmänna Kartverks Meddelanden, A 35, 44 pp.
- Pettersson, L (1968): Landets precisionsavvægning - højdsystem 1970. Rikets Allmänna Kartverks Meddelanden, B 12, 1-8.
- RAK (1974): Sveriges andra precisionsavvægning 1951 - 1967. Rikets Allmänna Kartverks Meddelanden, A 40, 91 pp.
- Remmer, O (1977): The direct experimental detection of the systematic refraction error of precise levelling. Geodætisk Instituts Meddelelser, 52, 28 pp.
- Remmer, O (1980): Refraction in levelling. Geodætisk Instituts Meddelelser, 54, 48 pp.
- Rosén, P G (1899): Om precisionsafvægningen med vattenhöjdsiakttagelserna vid Sveriges kuster och inuti landet befintliga vattenhöjdsstationer. Kungl. Krigsvetenskaps-Akademiens Handlingar 1899, 181-193.
- Rosén, P G (1906): Sveriges precisionsafvægning 1886 - 1905. P A Norstedt & Söner, 197 pp.
- Saaranen, V, & Mäkinen, J (1995): Determination of postglacial land uplift from the three precise levellings in Finland. Presenterat vid 21:a IAG-mötet (opublicerat).
- Simonsen, O (1949): Nivellements-nul paa Sjælland, Møn og Lolland-Falster med særligt henblik paa København og Frederiksberg 1845 - 1945. Københavns Universitet, 182 pp.
- Simonsen, O (1960): Short report on the history and establishment of the United European Levelling Net and on the results obtained up to December 1960. Travaux de l'Association Internationale de Géodésie, 21, 115-158.
- Sjöberg, L (1981): An analysis of systematic and random errors in the Swedish motorized precise levelling technique. Lantmäteriverkets Tekniska skrifter, 1981:2, 22 pp.
- Sjöberg, L (1987): Comparison of some methods of determining land uplift rates from tide gauge data. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1987/2, 69-73.

