



Lantmäteriet
Lantmäteriverket - National Land Survey
S - 801 82 GÄVLE · SWEDEN

Tekniska skrifter - Professional Papers

LMV-RAPPORT
1994:28

ISSN 0280-5731

SWEREF 93

- ett nytt svenskt referenssystem

Bo-Gunnar Reit

Gävle 1994

Förteckning över senast utgivna LMV-rapporter

Rapport	Titel	Upphovsman el dyl
1994:17	Förfaranderegler vid markåtkomst	Ekbäck Peter
1994:18	Digital produktion av riktvärdekartor vid AFT96 - huvudstudie	Sundquist Arne
1994:19	Förstudie om översyn av tonkilometermetoden	Norell Leif
1994:20	Värdering av små markområden vid fastighetsreglering	Dahlsjö Anders
1994:21	Kartplan 1994/95	Engstrand Bengt
1994:22	Fastighetsbildning med stöd av plan- och VA-utredning samt områdesbestämmelser - Exemplet Lövestavret i Eskilstuna	BjörSELL Gunnar
1994:23	Planförfattare inom Lantmäteriet - en idébok	BjörSELL Gunnar
1994:24	RIKS 95 - en utredning om förtätning av de geodetiska riksnäten och anslutning av lokala stamnät	
1994:25	Datafångst för GIS med användning av GPS	Persson Karin
1994:26	Exploateringssamverkan -förutsättningar -färrättningsförfarande -genomförande	Eidenstedt Leif
1994:27	Tracing and copying materials a study of the different types of architectural material used before 1940 regarding: types of material, chemical composition, production techniques, deterioration status	Vikberg Ulrika

SWEREF 93 - ett nytt svenskt referenssystem

INTRODUKTION

LMV introducerar ett nytt globalt anpassat geodetiskt referenssystem, SWEREF 93. Systemet är definierat genom punkter, utmärkta i terrängen (SWEREF-nätet), vilkas inbördes lägen är bestämda i SWEREF 93-systemet med en noggrannhet av några centimeter. Systemet är avsett att användas framför allt i GPS-tillämpningar och ersätter den i Sverige använda WGS 84-realiseringsen WGS 84 (SCANDOC), jfr. [4] och [6]. Samtidigt tillhandahålls parametrar för transformation till RT 90 samt en digital geoidmodell, vilket skapar möjligheter att erhålla noggrannare RH 70-höjder med GPS. Användningen av SWEREF 93 förväntas snabbt få stor spridning eftersom verksamheten i det s.k. SWEPOS-nätet av fasta referensstationer för GPS är baserad på SWEREF 93.

BESKRIVNING AV SWEREF 93

SWEREF 93 uppfyller de krav som kan ställas på ett modernt referenssystem (jfr. bilaga 1). Detta innebär att det har sitt origo nära jordens tyngdpunkt, att det är välorienterat i förhållande till jordens rotationsaxel och att det har en korrekt skala. SWEREF 93 använder i likhet med andra moderna tredimensionella geocentriska system GRS 80-ellipsoiden.

SWEREF 93 ersätter det äldre systemet WGS 84 (SCANDOC). En jämförelse av dessa två system kan därför vara på sin plats.

WGS 84 (SCANDOC) är baserat på två skandinaviska Dopplerkampanjer som genomfördes 1987 och 1988. Totalt mättes 16 stationer, varav 7 svenska. Den externa noggrannheten torde ligga på meternivå. Den interna noggrannheten ligger på nivån 7-8 dm i den horisontella komponenten och ca 1 m i den vertikala. Huvudsyftet med SCANDOC-lösningen var att snabbt fastställa ett transformationssamband så att man vid navigation med GPS kunde få sin position omräknad till det svenska RT 90-systemet. Vid bärvågs-mätning med GPS har man hittills kunnat kringgå problemet med framförallt den bristande interna noggrannheten i WGS 84 (SCANDOC) genom att göra lokal anslutnings-mätning till RT 90 och RH 70. Den lokala höjdanlutningen har också medfört att det inte funnits något större behov att korrigera för geoiden.

Tillkomsten av SWEPOS-nätet, bestående av 20 stationer utrustade med GPS-mottagare som kontinuerligt registrerar och lagrar de data satelliterna sänder ut, ökar kraven på referenssystemet. En fortsatt användning av WGS 84(SCANDOC) med dess defekter skulle i vissa tillämpningar vara ett direkt hinder för att uppnå önskad noggrannhet. Övergång till ett noggrannare referenssystem är därför en nödvändighet.

För närvarande finns 22 punkter med officiellt fastställda koordinater i SWEREF 93. Tjugo av dessa är SWEPOS-stationerna. Avståndet mellan SWEPOS-stationerna är ca 200 km. Antalet punkter i SWEREF-nätet kommer successivt att utökas till ca 70 st, vilket ger ett punktavstånd på ca 100 km.

Den interna lägesnoggrannheten i SWEREF 93, räknat mellan de nuvarande 22 punkterna, uppskattas till ca 2 cm i den horisontella positionen ($1\sigma, 2D$) och 2 cm i den vertikala ($1\sigma, 1D$). Den externa noggrannheten, som hänger samman med hur nära origo jordens tyngdpunkt ligger, hur väl systemet är orienterat osv, är något svår att definiera på grund av jordens dynamik, men torde ligga på någon decimeter om hänsyn tas till kontinentalplattornas rörelser.

I strikt bemärkelse är SWEREF 93 inte en realisering av WGS 84. I stället är SWEREF 93 inpassat mot det europeiska referenssystemet EUREF 89. I själva verket är SWEREF 93 tänkt att tjäna som den svenska förtätningen av EUREF 89. Inpassningen mot EUREF 89 innebär att SWEREF 93 har en bättre global passning än det skulle fått om det knutits till WGS 84. Vid (horisontellt) noggrannhetskrav på meternivå eller sämre kan SWEREF 93, EUREF 89 och WGS 84 betraktas som sammanfallande.

ANVÄNDNING AV SWEREF 93

Den största användningen finns inom GPS-området, där SWEREF 93 ersätter WGS 84 (SCANDOC).

Tillkomsten av SWEPOS-stationerna skapar nya möjligheter. I och med att samtliga 20 SWEPOS-stationer är inmätta i SWEREF 93 kan de GPS-användare som så önskar arbeta direkt i detta system. Vidare är de korrektioner, som sänds ut från SWEPOS-stationerna vid differentiell GPS, angivna i SWEREF 93.

För användare med höga noggrannhetskrav innebär SWEREF 93 en förbättring framförallt om man använder de fasta referensstationerna. Den verkligt stora noggrannhetsvinsten finns att hämta i den vertikala komponenten. Genom att nyttja data från de fasta referensstationerna i kombination med SWEREF 93 och den digitala geoidmodellen kan man vid bärvågsmätning uppnå en noggrannhet i höjd som närmar sig 1-3 decimeter **utan att behöva göra någon lokal höjdanslutning.**

Vissa uppgifter om SWEREF 93, t.ex. empiriskt fastställda parametrar för transformation till och från RT 90/RH 70, finns redovisade i nästa avsnitt. Den som eftersträvar högsta noggrannhet bör kontrollera aktualiteten i sina uppgifter via LMVs informationstjänst för GPS (LMV-BBS), eller genom att kontakta LMVs geodetiska arkiv.

TRANSFORMATIONSSAMBAND SWEREF 93 ↔ RR 92

Transformation mellan SWEREF 93 och rikets koordinatsystem, RT 90, innebär byte av geodetiskt referenssystem. En sådan operation utförs vanligtvis som en **likformighetstransformation (Helmertransform)** i tre dimensioner. En kortfattad principiell beskrivning av denna typ av transformation samt förklaring av vissa geodetiska grundbegrepp återfinns i bilaga 1.

Normalt har man i GPS-tillämpningar sina koordinater uttryckta som geodetiska koordinater (φ, λ, h) relativt GPS-systemets referensellipsoid, som i fallet SWEREF 93 är GRS 80. Innan likformighetstransformationen kan utföras måste då omvandling ske till geocentriska koordinater (X, Y, Z) . På motsvarande sätt är det lämpligt att de geocentriska koordinaterna efter likformighetstransformationen omvandlas till geodetiska koordinater, vilka i det aktuella fallet är $(\varphi, \lambda)_{RT90}$ samt höjd över ellipsoiden, samtliga storheter relaterade till Bessels ellipsoid. Det **tre dimensionella** systemet sammansatt av den horisontella RT 90-positionen och höjden över Bessellipsoiden benämns Rikets referenssystem 1992 eller kortare RR 92, jfr. bilaga 1.

Schematiskt går beräkningen till enligt följande:

$$(\varphi, \lambda, h)_{SWEREF\ 93} \rightarrow (X, Y, Z)_{SWEREF\ 93} \xrightarrow{\quad} (X, Y, Z)_{RR\ 92} \rightarrow (\varphi, \lambda, h)_{RR\ 92} \quad (1)$$

\Downarrow
 likformighetstransformation

Punktens höjd över Bessellipsoiden betecknas med h_{RR92} . Som inses av figur 1 gäller sambandet

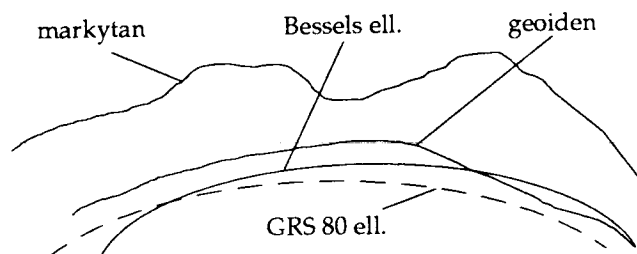
$$h_{RR92} = H_{RH70} + N_{RN92} \quad (2)$$

där

h_{RR92} = höjd över Bessellipsoiden

H_{RH70} = höjd över geoiden (havets nivå)

N_{RN92} = geoidens höjd över Bessel
ellipsoiden (negativ där geoiden
ligger under ellipsoidens yta)



Figur 1

Den erhållna positionen $(\varphi, \lambda, h)_{RR92}$ sönderfaller enligt vad som tidigare sagts i den horisontella positionen $(\varphi, \lambda)_{RT90}$ samt höjden h_{RR92} över Bessels ellipsoid. Den horisontella positionen $(\varphi, \lambda)_{RT90}$ omvandlas om så erfordras till plana koordinater $(x, y)_{RT90}$ med hjälp

av de formler som redovisas i Lantmäteriverkets handbok HMK - Geodesi: GPS [6], bilaga C. Enligt (2) erhålls slutligen höjden över havet som

$$H_{RH70} = h_{RR92} - N_{RN92} \quad (3)$$

Beräkningen av H_{RH70} förutsätter således kännedom om geoidhöjden N_{RN92} över Bessel-ellipsoiden. Geoidens avvikelser från ellipsoiden beror på ojämnheter i massfördelningen i jordens inre. Även om geoiden sålunda har ett oregelbundet utseende är den förhållandevis slät, vilket gör att den ganska väl låter sig beskrivas genom interpolation mellan gitterpunkter med kända värden. För att göra det möjligt att beräkna höjder över havet enligt (3) erbjuder LMV följande möjligheter:

- 1 En digital modell tillsammans med ett fristående program för interpolering av geoidhöjder. Förväntad noggrannhet i den interpolerade geoidhöjden: 10-20 cm.
- 2 Den digitala modellen tillsammans med ett subrutinpaket i Fortran 77 för interpolering. Tanken är att subrutinbiblioteket skall kunna implementeras i egna program. Förväntad noggrannhet i den interpolerade geoidhöjden: 10-20 cm.
- 3 Polynomapproximation, bilaga 2. Förväntad noggrannhet i den interpolerade geoidhöjden: 1 m.
- 4 Geoidhöjds-karta i A3-format, bilaga 3. Förväntad noggrannhet i den interpolerade geoidhöjden: 20-30 cm.

Alternativen 1 och 2 finns tillgängliga via LMVs informationstjänst för GPS, men kan även erhållas på diskett från LMVs geodetiska arkiv.

TRANSFORMATIONSPARAMETRAR

Ellipsoider

SWEREF 93:	GRS 80	$a = 6378137$ meter	$f = 1/298.257222101$
RR 92:	Bessel 1841	$a = 6377397.155$ meter	$f = 1/299.1528128$

Likformighetstransformation SWEREF 93 → RR 92, 7 parametrar:

$\Delta X = -419.375$ meter	$\omega_x = +0.850458$ bågsekunder
$\Delta Y = -99.352$ meter	$\omega_y = +1.817245$ bågsekunder
$\Delta Z = -591.349$ meter	$\omega_z = -7.862245$ bågsekunder
$\delta = +0.99496$ mm/km	

Här är ΔX , ΔY och ΔZ translationerna längs respektive axel, ω_x , ω_y och ω_z rotationerna runt respektive axel samt δ skaländringen.

Likformighetstransformation SWEREF 93 \rightarrow RR 92, 3 parametrar:

$$\Delta X = -498.813 \text{ meter}$$

$$\Delta Y = +36.722 \text{ meter}$$

$$\Delta Z = -563.482 \text{ meter}$$

Detaljerade formler för användning av ovanstående parametrar samt hur man utför den inversa transformationen återfinns i HMK - Geodesi: GPS [6], bilagorna B och C.

I bilaga 4 redovisas ett räkneexempel till stöd för den som önskar kontrollera sina beräkningar.

Observera: Ovanstående parametrar bygger på samma teckenkonvention som används i HMK. I många datorprogram och publikationer **definieras rotationerna med omvänt tecken.**

NOGGRANNHET

7-parameterfallet

Parametrarna har erhållits genom inpassning av SWEREF 93 mot RR 92. Inpassningen har gjorts med hjälp av de tidigare nämnda 22 punkterna för vilka koordinaterna har mätts upp i båda systemen. Parametrarna är beräknade med bivillkoret att summan av kvadraterna på avvikelserna mellan de ursprungliga RR 92-koordinaterna och de från SWEREF 93 transformerade koordinaterna är minimerad (minsta kvadrat-metoden). De erhållna avvikelserna utgör ett mått på den interna överensstämmelsen mellan systemen. Den genomsnittliga avvikelserna uppgår till 14 cm i den horisontella positionen och 12 cm i den vertikala, se tabell 1 och figur 2. Med hänsyn till att den interna noggrannheten i SWEREF 93 är uppskattad till någon cm, torde de konstaterade avvikelserna huvudsakligen härröra från deformationer i RT 90 respektive brister i geoidmodellen RN 92 och höjdsystemet RH 70.

Om man transformerar SWEPOS-stationernas SWEREF 93-koordinater med ovanstående parametrar, kommer således de transformerade koordinaterna (efter höjdomvandling enligt (3)) att avvika från de officiella RT 90/RH 70-koordinaterna med de belopp som framgår av tabell 1. Hur stora avvikelserna blir i mellanliggande punkter är avhängigt av vilka deformationer RR 92 uppvisar mellan SWEPOS-stationerna. Som framgår av figur 2, är sannolikt åtminstone den horisontella avvikelserna korrelerad med avvikelserna i SWEPOS-stationerna. LMV arbetar med att fastställa avvikelserna i ytterligare ett antal punkter med syfte att mer generellt kunna skatta avvikelserna och därigenom med ett lämpligt korrektionsförfarande åstadkomma bättre överensstämmelse mellan transformerade och officiella koordinater.

3-parameterfallet

Även i detta fall har parametrarna har erhållits genom inpassning med minsta kvadratmetoden. Eftersom transformationen enbart består av tre translationer kommer avvikelserna att bli mycket stora: 10-20 meter i horisontalled och 5-10 meter i höjddled. Det senare om hänsyn tas till geoiden. Transformation grundad på 3 parametrar är således aktuell enbart i fall med förhållandevis låga noggrannhetskrav.

SLUTKOMMENTARER

De nu redovisade transformationsparametrarna ersätter de parametrar som Lantmäteriverket tidigare publicerat i [4] respektive HMK - Geodesi: GPS [6]. Skillnaden i resultat om man använder de nya parametrarna i stället för de gamla uppgår som mest till ca 1 meter i den horisontella positionen och ca 8 meter i den vertikala. I många tillämpningar saknar denna skillnad betydelse. I dessa fall kan man givetvis, om så är önskvärt, fortsätta att använda de gamla parametrarna. **Man bör dock observera att de höjder som erhålls med de gamla parametrarna inte på något enkelt sätt kan korrigeras för geoidens inverkan med geoidhöjder hämtade från geoidmodellen RN 92.** Å andra sidan ger i allmänhet de gamla parametrarna något bättre höjder över havet (utan geoidkorrektin) än vad man får om man använder de nya parametrarna utan geoidkorrektin.

Den i tidigare avsnitt beskrivna metodiken för hantering av höjder bygger på att man först transformerar sina koordinater till RR 92, så att höjden är uttryckt över Bessels ellipsoid. Därefter korrigerar man med geoidhöjden enligt geoidmodellen RN 92. Man kan även tänka sig att starta direkt från höjden över GRS 80-ellipsoiden. I detta fall erhålls höjden över havet (geoiden) genom att subtrahera geoidens höjd över GRS 80-ellipsoiden. Om behov finns, kommer LMV i ett senare skede att tillhandahålla en sådan geoidmodell.

Den höga interna noggrannheten i SWEREF 93 leder till mindre motsägelser, speciellt vid precisionsmätning över stora avstånd. Avslutningsvis skall sägas att användningen av SWEREF 93 givetvis inte inskränker sig till enbart GPS, utan systemet lämpar sig även för internationellt utbyte av kartdata osv.

REFERENSER

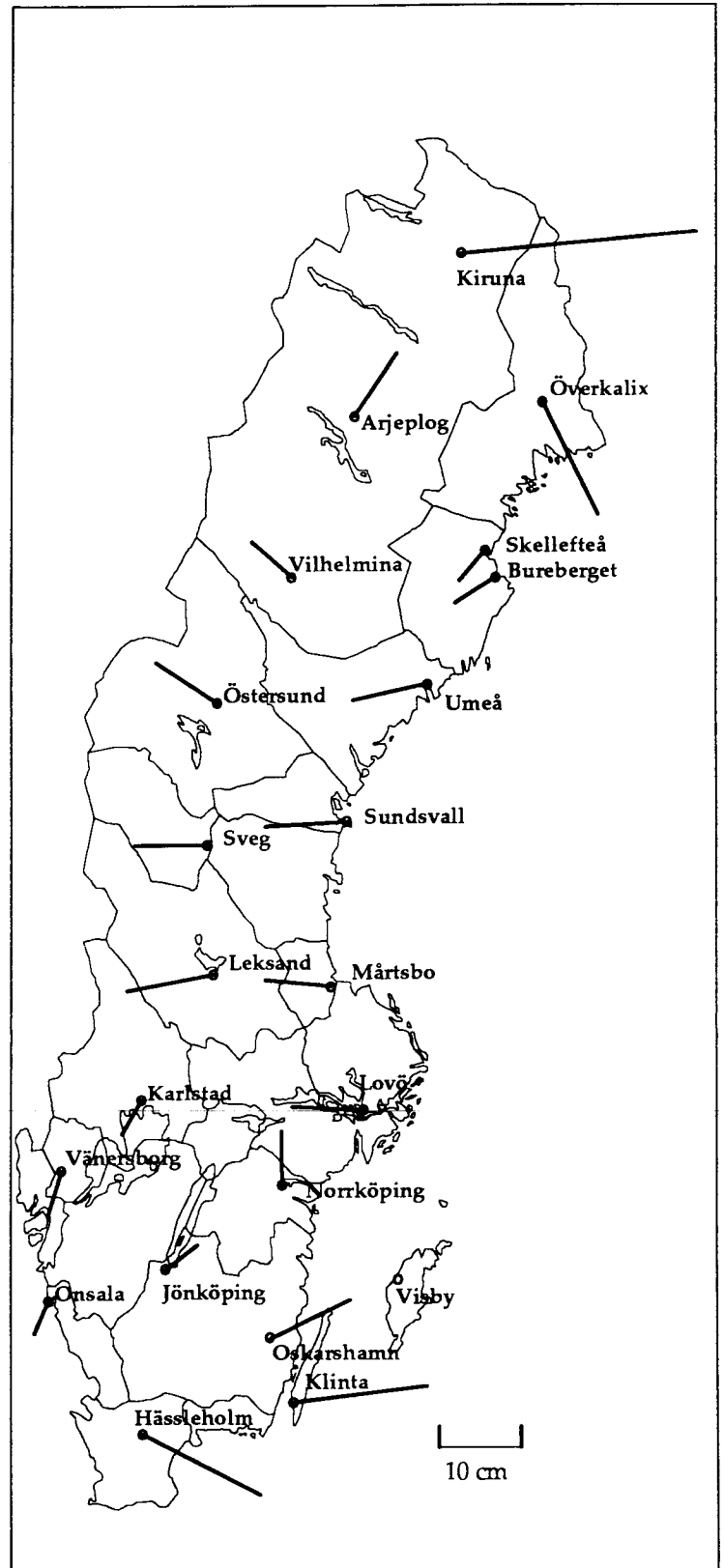
- [1] Ekman, M (1991): Sfärisk trigonometri och jordellipsoidens geometri. Lantmäteriverket, Gävle.
- [2] Ekman, M (1991): Ellipsoider, geoider, koordinatsystem, höjdsystem och tyngdkraftssystem i Sverige. LMV-rapport 1991:1; Lantmäteriverket, Gävle.
- [3] Ekman, M (1993): Geoiden i Sverige och geoidhöjdssystemet RN 92. LMV-rapport 1993:1; Lantmäteriverket, Gävle.

- [4] Hedling, G & Reit, B-G (1989): Transformation WGS 84 till RT 90 (RT 38). Kartavdelningen Informerar; Lantmäteriverket, Gävle.
- [5] Jonsson, B & Hedling, G (1994): SWEPOS - a Swedish Network of Permanent Reference Stations for GPS. Nordic Geodetic Commission, 12th General Meeting in Ullenswang, Norway.
- [6] Jivall, L & Persson C-G (1993): Handbok till mätningsskuggörelsen (HMK - Geodesi: GPS);Lantmäteriverket, Gävle.
- [7] Norin, D (1994): Användning av data från fasta referensstationer. Kartografiska Sällskapet; Kartdagarna, Borlänge 1994.
- [8] Reit, B-G (1994): SWEREF 93 - a Swedish Reference System for GPS. Nordic Geodetic Commission, 12th General Meeting in Ullenswang, Norway.

Lantmäteriverket
Kartavdelningen
Geodetiska utvecklingsenheten
Bo-Gunnar Reit

Avvikelser mellan officiella och transformerade RR 92-koordinater

Station	Nord -Syd	Öst- Väst	Verti- -kalt
Arjeplog	9.2	6.2	18.6
Bureberget	-3.8	-6.1	-8.3
Hässleholm	-9.1	17.3	2.0
Jönköping	3.5	4.7	2.6
Karlstad	-5.2	-2.9	-24.0
Kiruna	3.1	34.8	17.0
Klinta	2.4	19.2	-6.7
Leksand	-2.4	-12.7	-16.6
Lövö	0.5	-10.5	-1.6
Mårtsbo	1.0	-9.7	-5.1
Norrköping	8.1	-0.1	6.5
Onsala	-4.9	-2.1	9.5
Oskarshamn	5.8	11.7	1.7
Skellefteå	-4.6	-3.8	-3.9
Sundsvall	-0.6	-12.0	-13.4
Sveg	0.0	-10.8	0.8
Umeå	-2.4	-10.8	-21.3
Vilhelmina	5.4	-6.0	11.2
Visby	0.0	0.0	20.3
Vänernsberg	-6.9	-2.0	12.6
Östersund	5.9	-9.0	11.9
Överkalix	-16.9	8.2	-0.8
R.m.s	6.0	11.8	12.2



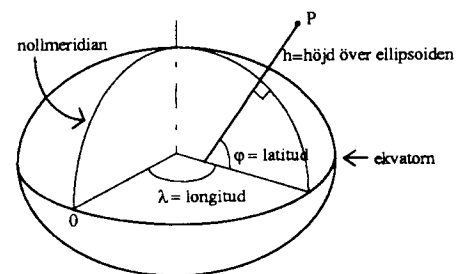
Tabell 1 (sort cm)

Figur 2

Bilaga 1: Några geodetiska grundbegrepp

Jorden är i det närmaste klotformig. På grund av rotationen är den dock som bekant något avplattad. I geodetiska sammanhang brukar man därför i första steget approximera jorden med en rotationssymmetrisk ellipsoid, den så kallade **referensellipsoiden**. Referensellipsoiden är till sin storlek och form entydigt beskriven av två parametrar, ekvatorsradien (a) och avplattningen (f). Ett flertal ellipsoider har introducerats under årens lopp. Internationella Associationen för Geodesi (IAG) har i Geodetic Reference System 1980 fastställt en ellipsoid som brukar betecknas GRS 1980, eller kortare **GRS 80**, och som kommit till flitig användning under senare år.

En punkts läge i rymden kan entydigt beskrivas med tre koordinater. Många olika typer av koordinater förekommer. Inom geodesin används huvudsakligen två typer, **cartesiska koordinater** och **geodetiska koordinater**. De cartesiska koordinaterna brukar betecknas (X, Y, Z) och mäts längs tre vinkelräta rätlinjiga koordinataxlar. De geodetiska koordinaterna betecknas (φ, λ, h) och är uttryckta relativt någon referensellipsoid. Storheterna φ och λ benämns **geodetisk latitud** respektive **geodetisk longitud**, h är punktens **höjd över ellipsoiden**, se figuren. För en mer precis definition av (φ, λ, h) hänvisas till någon elementär lärobok i ämnet (jmf [1]). Formler för omvandling mellan cartesiska och geodetiska koordinater återfinns i HMK-Geodesi: GPS [6].

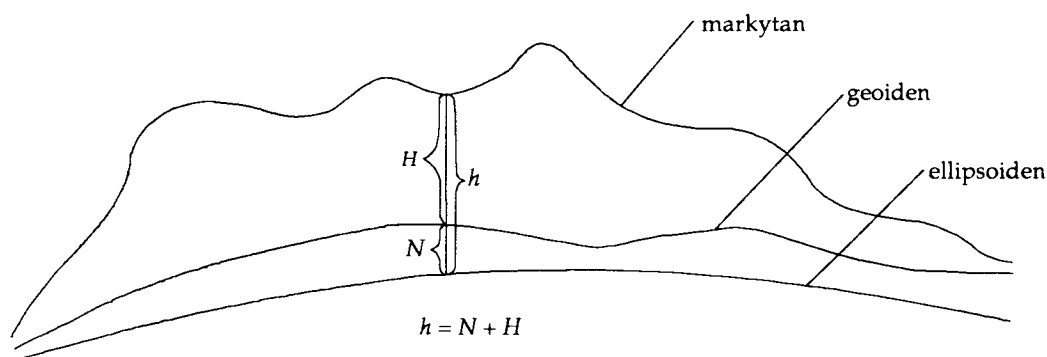


Observera att eftersom positionen (φ, λ, h) är knuten till referensellipsoiden, kommer en och samma punkt på jordytan att ha olika värden på (φ, λ, h) för olika referensellipsoider beroende på ellipsoidens storlek och form samt hur den är inplacerad relativt jorden.

Ett **geodetiskt referenssystem** definieras av ett antal stabilt markerade punkter på jordytan, för vilka koordinater fastställts genom mätningar. Det är således själva koordinatvärdena i de definierande punkterna som bestämmer var systemets origo ligger, hur systemet är orienterat och vilken skala det har. I det geodetiska referenssystemet sammanfaller referensellipsoidens centrum med det cartesiska systemets origo och rotationsaxeln med det cartesiska systemets Z-axel.

Före tillkomsten av artificiella satelliter var det brukligt att definiera sitt referenssystem genom att man med hjälp av traditionella astronomiska observationer fastlade de geodetiska koordinaterna i en punkt, den så kallade datumpunkten. Förfarandet innebar således att man valde ut en lämplig referensellipsoid och fixerade den relativt jordytan. De flesta nationella systemen har tillkommit på detta sätt. Inmätningen av referenspunkterna

skedde vanligtvis med hjälp av vinkel- och längdmätning (triangulering) varvid i första hand horisontella positioner (φ, λ) erhöles, d v s man fick ett **tvådimensionellt** system. Den vertikala positionen bestämdes helt separat, t. ex. genom avvägning, och resulterade i ett höjdsystem med höjderna (H) uttryckta relativt **geoiden (havets nivå)**. Kombinationen (φ, λ, H) bildar således **inte** ett tredimensionellt system. Om man däremot adderar höjden över geoiden (H) och geoidens höjd (N) över ellipsoiden erhåller man höjden (h) över ellipsoiden, vilken tillsammans med den horisontella positionen bildar ett äkta tredimensionellt system (φ, λ, h). Se nedanstående figur.



De traditionella tredimensionella systemen är alltså sammansatta av ett horisontellt system, ett höjdsystem och ett geoidhöjdsystem. De i Sverige gällande systemen är Rikets koordinatsystem 1990 (RT 90), Rikets höjdsystem 1970 (RH 70) respektive Rikets geoidhöjdsystem 1992 (RN 92). Det sammansatta tredimensionella systemet benämns Rikets referenssystem 1992 (RR 92). Systemen RT 90, RN 92 och därmed även RR 92 grundar sig på **Bessels ellipsoid** från 1841.

I de traditionella systemen har ellipsoiden oftast inplacerats så att den sluter an så nära som möjligt till geoiden, inom det område/land där systemet är tänkt att ha sin giltighet. Den lokala anpassningen tillsammans med brister i de valda ellipsoidparametrarna har medfört att de traditionella referenssystemen i allmänhet har dålig global anpassning. Som exempel kan nämnas RR 92. Eftersom ekvatorsradien för Bessellipsoiden är ca 740 meter för kort och ellipsoidens yta i detta system ligger inom ± 10 meter från geoiden i Sverige kommer ellipsoidens centrum och därmed det cartesiska systemets origo att ligga så mycket som 730 meter från jordens tyngdpunkt. Av samma anledning befinner sig systemets Z-axel mer än 400 meter från jordens rotationsaxel.

Moderna referenssystem definieras med hjälp av mätningar mot jordbundna satelliter och avlägsna kvasarer (radiostjärnor). De punkter som definierar systemet ligger spridda runt hela jorden. De moderna systemen kommer därför att karakteriseras av att origo ligger nära jordens tyngdpunkt (inom någon meter), att Z-axeln i det närmaste sammanfaller med jordens rotationsaxel samt att skalan väl överensstämmer med meterdefinitionen. Som referensellipsoid används i de flesta fall GRS 80. Genom sin globala anpassning kommer de moderna systemen på många platser på jordytan att uppvisa sämre lokal anpassning än de traditionella systemen. I Sverige ligger GRS 80-ellipsoidens yta 20-35

meter under geoiden. Detta gäller för alla moderna globala system. Exempel på system av denna typ är SWEREF 93, EUREF 89 och WGS 84.

Vid GPS-mätning får man i allmänhet sin position uttryckt i något modernt system t ex SWEREF 93. Ofta behöver man transformera sina koordinater till ett traditionellt system, t ex RT 90. Normalt görs denna övergång som en **likformighetstransformation i tre dimensioner**. Nedan ges en kortfattad principiell beskrivning av denna typ av transformation.

En likformighetstransformation mellan två tredimensionella koordinatsystem är, som framgår av namnet, en avbildning som **inte ändrar formen** på föremål. T. ex. förblir en kub en kub även efter transformationen till det andra systemet. Det som kan ändra sig är kubens avstånd till origo, dess orientering relativt systemets axlar samt storleken. Det ändrade avståndet till origo motsvaras i transformationen av tre translationer: ΔX , ΔY och ΔZ . Den ändrade orienteringen svarar mot rotationer kring respektive axel: ω_x , ω_y och ω_z . Storleksändringen slutligen svarar mot en skaländring: δ . Själva transformationen utförs på "från"-systemets cartesiska koordinater $(X, Y, Z)_{från}$. Som resultat erhålls cartesiska koordinater $(X, Y, Z)_{till}$ i "till"-systemet.

Bilaga 2: Polynomapproximation av RN 92

INLEDNING

Under 1993 har ett nationellt referenssystem för GPS-mätning införts. Det benämns SWEREF 93 och kan sägas vara realiseringen av WGS 84 i Sverige. Ett samband har också tagits fram mellan detta system och systemet RR 92 (Rikets referenssystem 1992), som är samlingsnamnet för rikssystemen RT 90, RH 70 och geoidhöjdssystemet RN 92.

Eftersom geoiddata har använts vid framtagningen av sambandet behöver man också tillgång till geoiddata för att helt kunna tillgodogöra sig sambandets noggrannhet. Den 7-parametertransformation som matematiskt uttrycker systemsambandet ger ett RMS i plan på ca. 15 cm. Om man använder korrekta geoidhöjder i RN 92 erhålls ett RMS i höjd av ungefär samma storleksordning. Om man inte tar hänsyn till geoiden ger dock formeln ett höjdfel som är lika med geoidhöjden, dvs upp till 10-15 meter.

Ett RMS i höjd på dm-nivå är i många sammanhang, t.ex. vid kodmätning med GPS, "onödigt bra" med hänsyn till den noggrannhet som själva mätmetoden ger (ungefär meternivå). Vidare kräver en korrekt geoidhöjdshantering en geoiddatabas och ett speciellt hanteringsprogram. Å andra sidan är 10-metersfel i höjd för mycket i de flesta sammanhang.

I denna PM redovisas därför ett förfarande som noggrannhetsmässigt ligger någonstans där emellan.

FÖRENKLAD GEOIDHANTERING

Problemformulering

Den ansats som gjordes i studien var att uttrycka geoidhöjderna i RN 92 som ett polynom av typen

$$N = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 + \dots$$

där a , b , c etc. är koefficienter och x , y är koordinater i RT 90. Problemställningen var att hitta ett sådant polynom av rimligt gradtal och med acceptabla approximationsfel.

Analys

Ett ekvidistant rutnät omfattande 400 punkter på 50 km inbördes avstånd konstruerades. Ca. 200 punkter ligger på svenskt landterritorium; de övriga bildar en buffertzon runt detta område. Tanken med denna konfiguration var att åstadkomma ett stabilt polynom i hela Sverige, dvs där polynomet är tänkt att användas. De "slängar" som polynomanpassning ofta ger i interpolationsområdets rand hamnar på detta sätt i buffertzonen, där de inte kan göra någon skada.

1994-06-23

I rutnätspunkterna togs de korrekta (officiella) geoidhöjderna fram och genom ett inpassningsförfarande anpassades polynom av olika gradtal till dessa värden. Resultatet från denna studie, i termer av grundmedelfel och största approximationsfel inom Sverige, redovisas i nedanstående tabell (enhet: meter).

Gradtal	Grundmedelfel	Maxfel i Sverige
3	0.95	1.93
4	0.82	1.87
5	0.73	1.62
6	0.61	1.49

Man kan konstatera att det genomsnittliga approximationsfelet i samtliga fall är mindre än en meter och att de största felen (i Sverige) uppgår till en och en halv å två meter.

Även om grundmedelfelet stadigt sjunker med gradtalet är nivån på det maximala felet förhållandevis hög även för gradtal sex, som innebär en hantering av 28 polynomkoefficienter. Därför gjordes ställningstagandet att redan gradtal tre, som endast innehåller tio koefficienter, gav ett acceptabelt resultat.

Resultat

En närmare studie av tredjegradspolynomet visade att man genom ett skift av polynomets konstanterm kunde reducera approximationsfelen inom Sverige ytterligare något, vilket därför gjordes. Samtidigt avrundades samtliga koefficienter till tre decimaler. Det på så sätt erhållna polynomet fastställdes som det officiella och redovisas numeriskt i nästa avsnitt.

För att säkerställa att inga konstigheter uppträder mellan passpunkterna kontrollerades polynomet i ca. 200 oberoende punkter. Dessa placerades mitt i respektive 50 km-ruta i det ursprungliga rutnätet. RMS och maximalfel inom Sverige för såväl passpunkterna som de oberoende kontrollpunkterna redovisas i följande tabell (enhet: meter).

	Passpunkter	Kontrollpunkter
RMS	0.89	0.89
Maxfel	1.81	1.97

Sammantaget kan man alltså slå fast att detta polynom ger ett genomsnittligt approximationsfel under en meter och ett största fel under två meter - över hela Sverige.

BESKRIVNING AV POLYNOMET

Beräkningsformel

Följande tredjegradspolynom utgör den officiella polynomapproximationen av det nationella geoidhöjdssystemet RN 92:

$$N = -1.495 + 13.971p - 35.508q + 17.798p^2 + 1.161pq + 5.807q^2 \\ - 11.195p^3 + 38.700p^2q - 7.616pq^2 + 2.246q^3$$

där

$$N = \text{approximerad geoidhöjd över Besselellipsoiden i RN 92 (m)} \\ p = (x - x_0)/1000000 \\ q = (y - y_0)/1000000 \\ x = x\text{-koordinat i RT 90 för aktuell punkt (m)} \\ y = y\text{-koordinat i RT 90 för aktuell punkt (m)} \\ x_0 = 6881500 \text{ m} \\ y_0 = 1535000 \text{ m}$$

Testexempel

Nedanstående testexempel är avsedda att möjliggöra kontroll vid implementering av beräkningsformeln i datorprogram.

För en punkt med koordinaterna

$$x = 6950000 \text{ m} \\ y = 1450000 \text{ m}$$

erhålls

$$p = +0.0685 \\ q = -0.0850$$

vilket insatt i beräkningsformeln ger

$$N = 2.575 \text{ m}$$

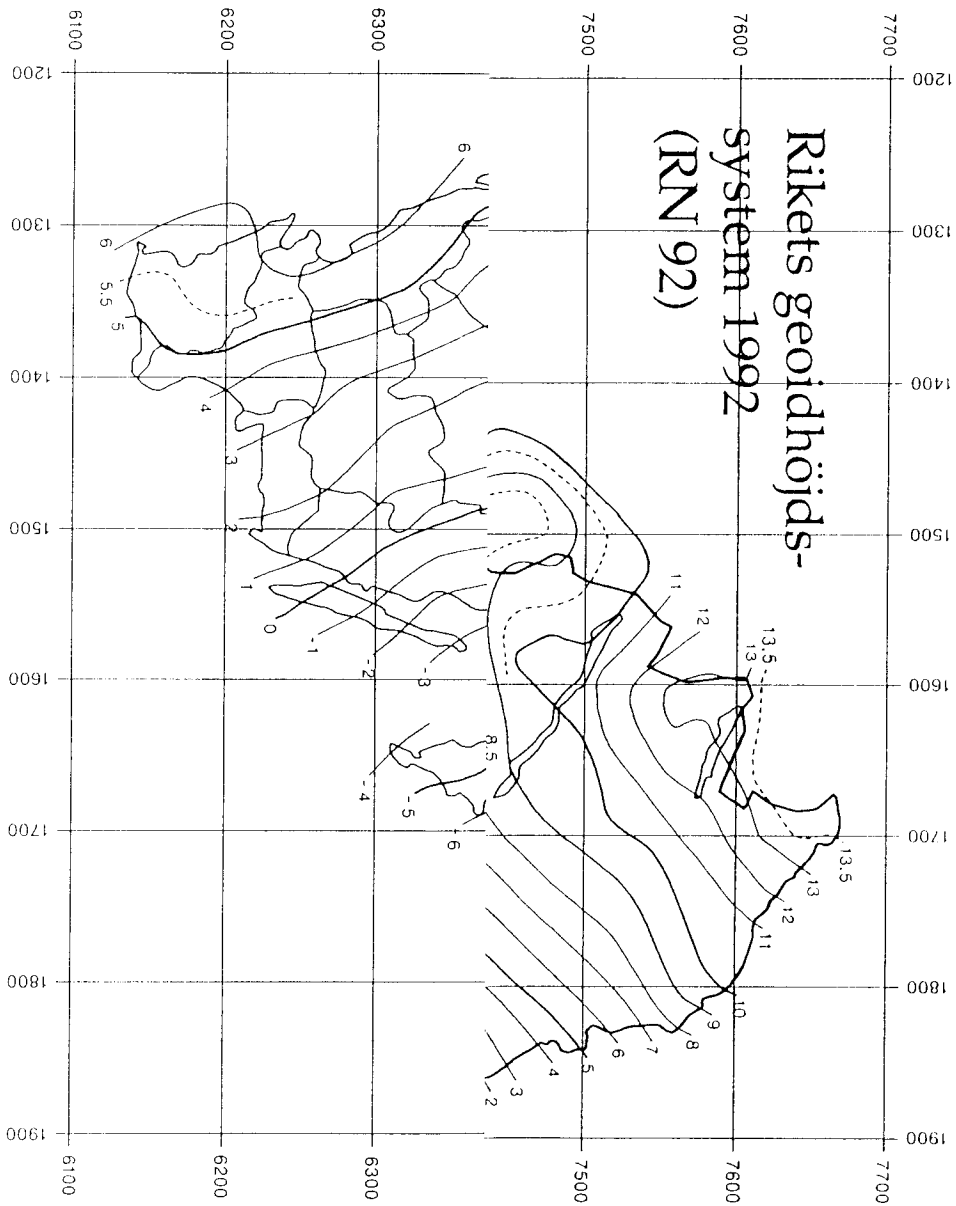
Ett trivialt testexempel erhålls genom att sätta $x = x_0$ och $y = y_0$. Det ger $p = q = 0$ och vidare $N = -1.495$ m (= konstanttermen i polynomet). Ett annat enkelt testexempel får man genom att sätta $x = x_0 + 1000000$ och $y = y_0 + 1000000$, som ger $p = q = 1$ och $N = 23.869$ m (= summan av alla koefficienterna i polynomet).

SLUTORD

Som ett resultat av denna studie finns nu ett polynom som approximerar geoidhöjds-systemet RN 92 med ett RMS bättre än en och ett maximalfel bättre än två meter i hela Sverige. Tillsammans med den 7-parametertransformation som tagits fram mellan SWEREF 93 och RR 92 ger detta en god ersättning till den tidigare s.k. SCANDOC-formeln mellan WGS 84 och RT 90.

SCANDOC-formeln gav ett RMS i planet på ca 7 dm och ett RMS i höjd på 4-5 m. Det nya sambandet ger ett RMS i planet på ca. 15 cm. Om korrekta geoidhöjder används blir RMS i höjd också ca. 15 cm, och om polynomet används ca. 1 m. Polynomet har den fördelen att det är enkelt att hantera och ger ett i många sammanhang tillräckligt bra resultat.

Författaren vill avslutningsvis framföra sitt tack till Stieg Vennström och Bo-Gunnar Reit för mycken hjälp med alla numeriska beräkningar.



Bilaga 4: Exempel på transformation SWEREF 93 --> RT 90/RH 70

Nedan redovisas ett räkneexempel som är tänkt att användas för kontroll av eventuella egenutvecklade beräkningsrutiner. Beräkningsresultaten ges med erforderligt antal siffror för att det skall vara möjligt att kontrollera algoritmerna på millimeternivå.

Problemformulering: En navigationsutrustning tar emot signaler från GPS-satelliter och presenterar positionen som latitud, longitud och **höjd över ellipsoiden**. Eftersom positionen initialt är uttryckt i det globalt anpassade referenssystemet SWEREF 93, medan kartan eller sjökortet som skall användas är upprättad i rikets koordinatsystem RT 90 (RT 38) med höjderna refererade till havsytans nivå (geoiden), måste koordinaterna transformeras till rikets system.

Givet: Latitud, longitud och höjd över ellipsoiden i SWEREF 93-systemet

lat: 60° 35' 42."45305	long: 17° 15' 30."67906	höjd: 75.354 m
(60° 35.'7075508	17° 15.'5113177)	

Första steget är att omvandla latitud (φ), longitud (λ) och höjd över ellipsoiden (h) till geocentriska koordinater (X, Y, Z), fortfarande i SWEREF 93-systemet. Detta sker med hjälp av formlerna

$$\begin{aligned} X &= (N' + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ Y &= (N' + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ Z &= (N' (1 - e^2) + h) \sin \varphi \end{aligned}$$

där

$$\begin{aligned} N' &= a / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \quad (\text{tvärkrökningsradien, ej att förväxla med geoidhöjden } N) \\ a &= \text{ellipsoidens halva storaxel} \\ e^2 &= f(2-f) \\ f &= \text{avplattningen} \end{aligned}$$

För SWEREF 93 gäller följande ellipsoidkonstanter (GRS 80-ellipsoiden)

$$\begin{aligned} a &= 6378137 \text{ meter} \\ f &= 1/298.257222101 \end{aligned}$$

Om de numeriska värdena sätts in i formeln ovan erhålls följande geocentriska SWEREF 93-koordinater

$$X = 2998191.114 \text{ m} \quad Y = 931452.044 \text{ m} \quad Z = 5533397.619 \text{ m}$$

(X,Y,Z) sätts nu in i formeln för 7-parametertransformation (se HMK-Geodesi: GPS) tillsammans med parametrarna i huvudskriften. Observera att rotationerna måste omvandlas till radianer före insättningen. Som resultat erhålls följande uppsättning geocentriska koordinater, nu i system RR 92.

$$X = 2997690.464 \text{ m} \quad Y = 931490.714 \text{ m} \quad Z = 5532834.350 \text{ m}$$

De geocentriska koordinaterna omräknas till **latitud (φ)**, **longitud (λ)** och **höjd (h)** relativt **Bessels ellipsoid** med följande approximativa formler (noggrannhet normalt bättre än 1 mm)

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left\{ \frac{Z + (ae^2/(1-e^2)^{1/2})\sin^3\theta}{p - ae^2\cos^3\theta} \right\} \\ \lambda &= \arctan(Y/X) \\ h &= p/\cos\varphi - N' \end{aligned}$$

där

$$\begin{aligned} p &= (X^2 + Y^2)^{1/2} \\ \theta &= \arctan\{Z/(p(1-e^2)^{1/2})\} \end{aligned}$$

För Bessels ellipsoid gäller följande konstanter

$$\begin{aligned} a &= 6377397.155 \text{ meter} \\ f &= 1/299.1528128 \end{aligned}$$

Man erhåller då följande horisontella position i RT 90 samt höjd över Bessels ellipsoid

$$\text{lat: } 60^\circ 35' 44."81137 \quad \text{long: } 17^\circ 15' 42."86563 \quad \text{höjd: } 44.965 \text{ meter}$$

Latitud- och longitudvärdena räknas om till "plana" koordinater RT 90, 2,5 gon V, med hjälp av Gauss konforma projektion (HMK - Geodesi: GPS, bilaga C)

$$x = 6720628.702 \text{ m} \quad y = 1579635.417 \text{ m}$$

Slutligen beräknas höjden över havet enligt formeln

$$H = h - N$$

där

$$\begin{aligned} H &= \text{punktens höjd över havet} \\ h &= \text{punktens höjd över ellipsoiden (Bessel i detta fall)} \\ N &= \text{geoidens höjd över ellipsoiden (—————)} \end{aligned}$$

Geoidens höjd över Bessellipsoiden är enligt LMVs datorprogram för geoidinterpolation - 5.561 meter. Höjden över havet blir därmed $44.965 - (-5.561) = 50.526$ meter.