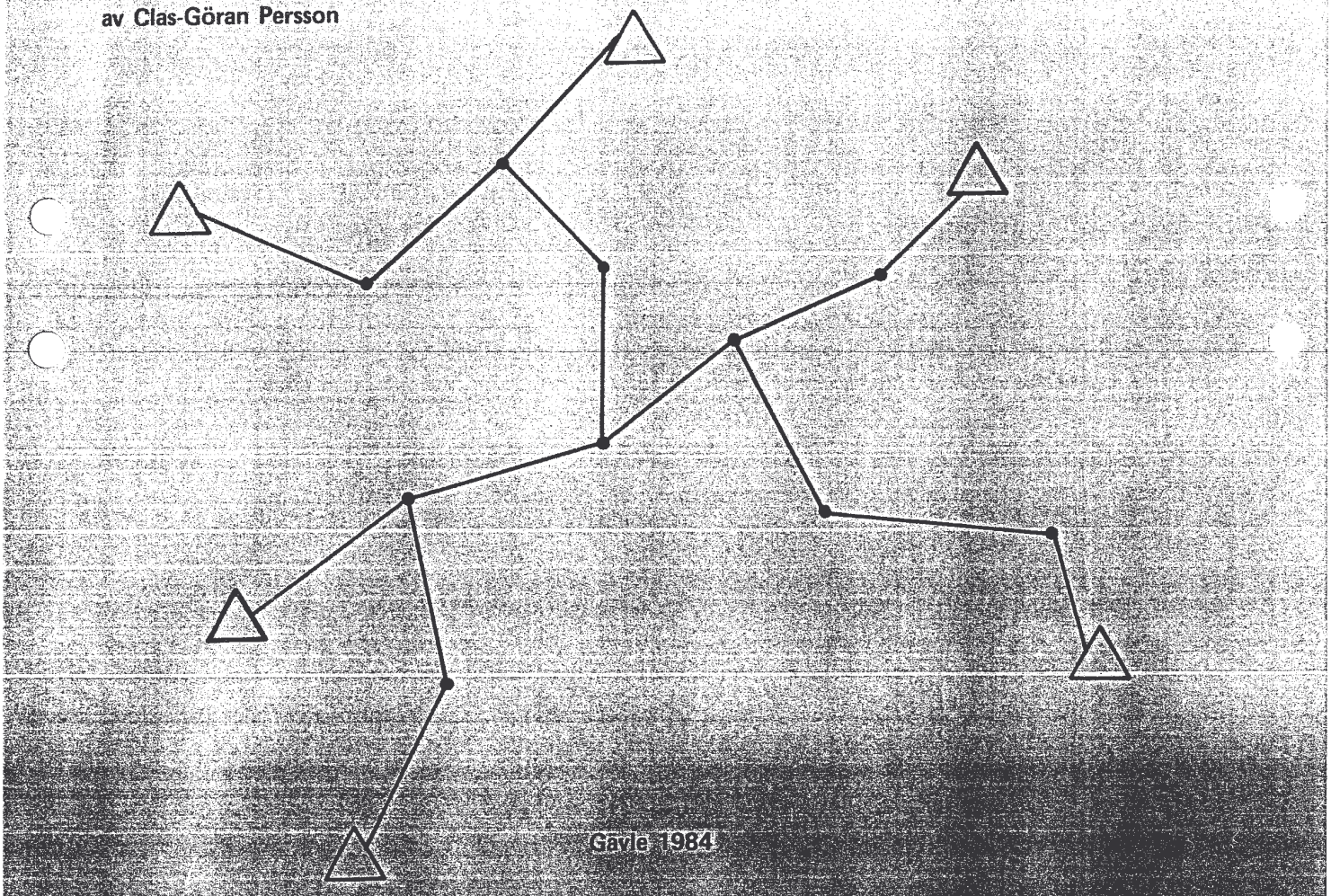
Lantmäteriet
Lantmäteriverket - National Land Survey
S - 801 12 GÄVLE · SWEDEN

Tekniska skrifter - Professional Papers LMV-RAPPORT 1984:14

ISSN 0280-5731

ANALYS AV NOGGRANNHETEN I STORPOLYGONNÄT

av Clas-Göran Persson



Gävle 1984

Innehåll

Bakgrund	Sid 1
Förutsättningar	1
Några definitioner	2
Analysmetodik	3
Precision	5
Tillförlitlighet	6
Inre tillförlitlighet	7
Yttre tillförlitlighet	9
Sammanfattning - tumregler vid planering av storpolygonnät	10
Slutkommentar	12
Referenser	13

ANALYS AV NOGGRANNHETEN I STORPOLYGONNÄT

BAKGRUND

Syftet med denna analys har dels varit att ta fram riktlinjer för hur storpolygonnät ska planeras för att få högsta möjliga noggrannhet, dels att ge underlag för en bedömning av vilken status sådana nät bör ha i vår svenska stomnätshierarki.

Arbetet igångsattes med anledning av ett polygoniseringsprojekt i Säffle kommun. Resultatet bör emellertid vara intressant även i samband med den s.k. vägpolygonisering som diskuteras inom LMV. Den analysmetodik som vuxit fram är också relativt generell och tillämpbar exempelvis för att ställa upp felgränser för sträng utjämning av polygonnät (TFA), och för nätutjämning i byggmätningssammanhang (Byggstandardiseringen). Förutsättningarna och de utarbetade riktlinjerna gäller dock strikt endast för "Säffleprojektet".

För att redovisningen ska bli så lättillgänglig som möjligt har detaljer angående den statistiska metodiken i möjligaste mån uteslutits-till priset av mindre stringens i framställningen.

FÖRUTSÄTTNINGAR

Mätningarna i Säffle är tänkta att utföras utefter vägar och andra öppna stråk, såsom kraftledningar, rågångar etc. Längder dubbelmäts med EDM-instrument (uppställning i båda ändpunkterna), medan riktningar mäts i 4 helsatser med sekundteodolit (tvångscentrering).

På grundval av detta har mätmedelfelen

$$\sigma_{\ell}=5mm+2ppm$$

för längdmätning, och

$$\sigma_{r}=5mm+5ppm$$

för riktningsmätning antagits. Det senare också uttryckt i längdmått för att underlätta jämförelse.

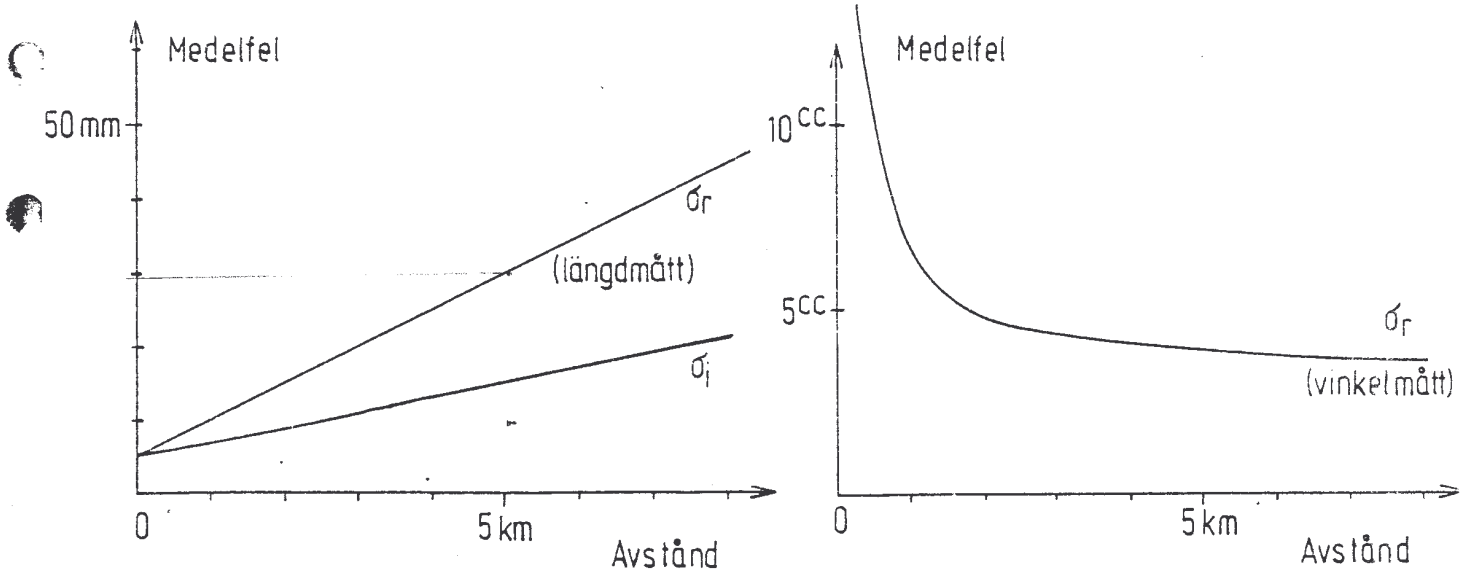


Fig. 1 Antagna mätmedelfel

NÅGRA DEFINITIONER

Analysen avser alltså studier av "noggrannhet", och därför ges först den moderna definitionen av detta, litet luddiga, begrepp.

Noggrannhet uppdelas i precision och tillförlitlighet. Precisionen kan anses vara ett mått på de slumpmässiga mätfelens inverkan på ett utjämningsresultat, medan tillförlitligheten mäter inverkan från de grova felen. Detta tillsammans ger ett fullständigare kvalitetsmått än den traditionella noggrannhetsdefinitionen.

Precisionen uttrycks i olika slags medelfel, t ex punktmedelfel. Den inre (interna) tillförlitligheten anger hur stort ett grovt fel måste vara för att det rimligen ska gå att upptäcka efter utjämning. Den yttre tillförlitligheten slutligen beskriver hur mycket utjämningens resultat - punkternas koordinater - påverkas av de grova fel som inte kan lokaliseras, och därför (felaktigt) finns kvar i mätmaterialet.

Tillförlitlighet benämns även "kontrollerbarhet".

ANALYSMETODIK

Analysen är dels teoretisk, dels utförd med hjälp av simuleringar. I vissa fall har den absoluta noggrannheten studerats. Ofta har dock endast relativa jämförelser mellan polygon- och triangelmätning, som är det naturliga alternativet, gjorts. Detta är enklare och medger också en bedömning av vilken status storpolygonnät bör få.

Vid simuleringarna har små delar av polygonnätet i Säffle jämförts med "motsvarande" triangelnät, dvs ett nät med polygonnätets knutpunkter som nypunkter - se exempel i fig 2. Båda näten har utjämnats "strängt" enligt minsta-kvadrat-metoden.

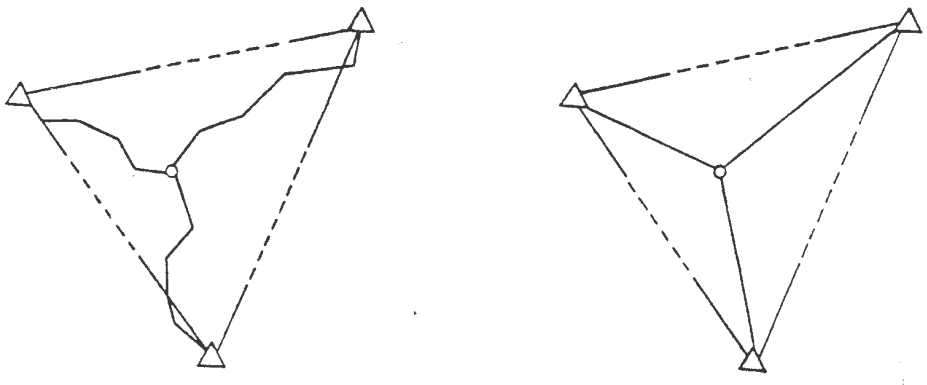


Fig. 2 Exempel på polygonnät och "motsvarande" triangelnät.

Triangelnät av den typ som finns i fig. 2 har en viktig fördel, förutom att de är lätthanterliga på grund av sin ringa storlek, nämligen att de lokala och regionala punktmedelfelen är identiska. Eftersom felgränser för de lokala medelfelen finns i TFA är det alltså möjligt att via den relativa jämförelsen polygonisering/triangulering, ställa polygonmätningens regionala medelfel mot dessa felgränser. (Lokala punktmedelfel vid polygonisering är meningslös information). På så sätt kan storpolygonnäten inordnas i triangelnätshierarkin.

Genom att simulering har kompletterats med teoretiska studier gäller resultatet ganska generellt, inte bara för enkla knutpunkter, och eftersom de antagna mätmedelfelen är realistiska är analysen giltig även för andra projekt än det i Säffle.

Det bör emellertid påpekas att inverkan av eventuella fel i utgångspunkterna inte har studerats. Dessa förutsätts vara av mycket god kvalitet — exempelvis riksnätspunkter. Diskussionen om "ordningar" gäller också bara vid (direkt) förtätning av riksnätet.

PRECISION

I figur 3 åskådliggörs förhållandet mellan det <u>största</u> punktmedelfelet σ_p i polygonnätet, och medelfelet σ_t för knutpunkten bestämd genom "motsvarande" triangulering. Kvoten σ_p / σ_t redovisas som funktion av sidlängden i tågen, vilken visat sig vara den faktor som har störst betydelse. Tågen antas dock ha <10 mellanpunkter.

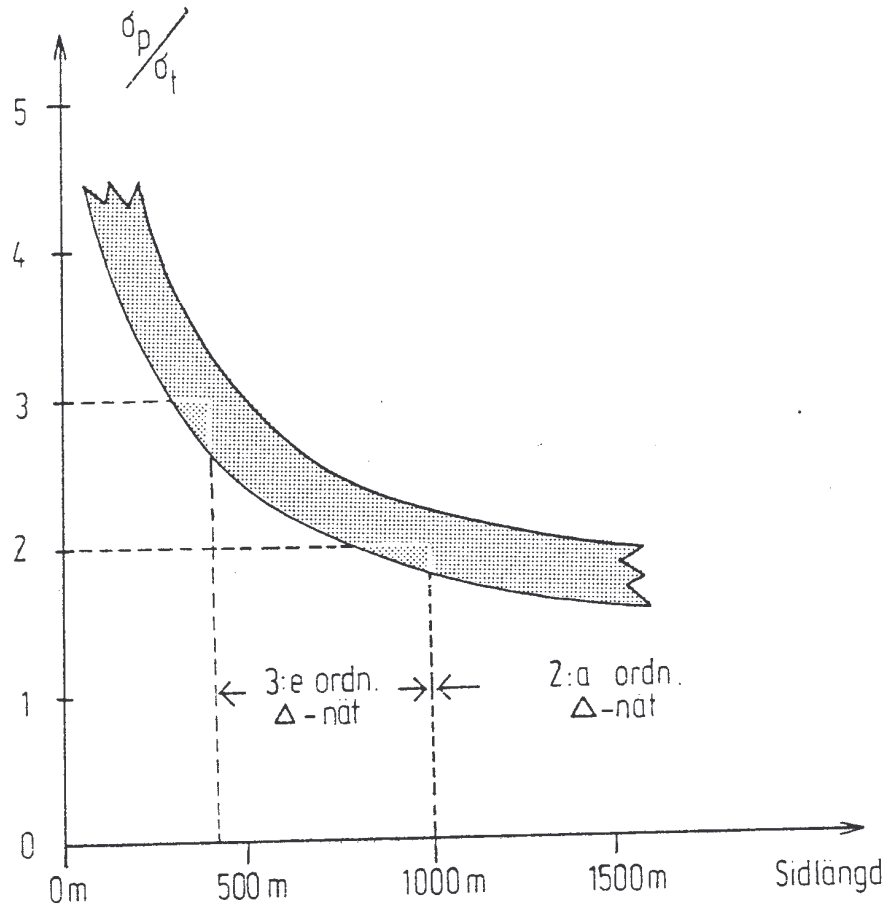


Fig. 3 Förhållandet mellan precisionen i polygon- och triangelmätning som funktion av polygonsidornas längd.

De maximala punktmedelfel som erhålls vid sidlängder över 1000 m ($\sigma_p < 2\sigma_t$) motsvarar i absoluta tal kravet för 2:a ordningens triangelnät enligt TFA, medan de för längder på 400-1000m ($2\sigma_t < \sigma_p < 3\sigma_t$) motsvarar kravet för 3:e ordningens nät. Vid sidlängder under 400 m minskar precisionen avsevärt.

I princip bör samtliga sträckor uppfylla det aktuella kravet. Några få korta längder kan försämra ett i övrigt bra tåg. Det bör dock poängteras att σ_p avser det största punktmedelfelet. Alla andra punkter är alltså bättre bestämda, och om man godtar att vissa nätdelar inte klarar kraven kan polygonsidorna göras kortare än vad som sagts ovan.

TILLFÖRLITLIGHET

Allmänt beror grova fels kontrollerbarhet på hur stor del av dessa som "syns" i motsvarande förbättring. Resten av felet "försvinner" vid utjämningen genom att nypunkterna flyttas från sitt korrekta läge, så att mätningen så att säga "får plats". Förbättringen sägs vara "the visible part" (den synliga delen) av felet.

Denna andel beror på förhållandet mellan antalet obekanta och antalet mätningar, eller vid polygonmätning (approximativt) på antalet mellanpunkter per tåg. I fig. 4 visas den ungefärliga kvoten mellan förbättring v och grovt fel ∇l*) för olika punktantal.

---

*) Till skillnad från ett slumpmässigt fel som brukar betecknas med ε.

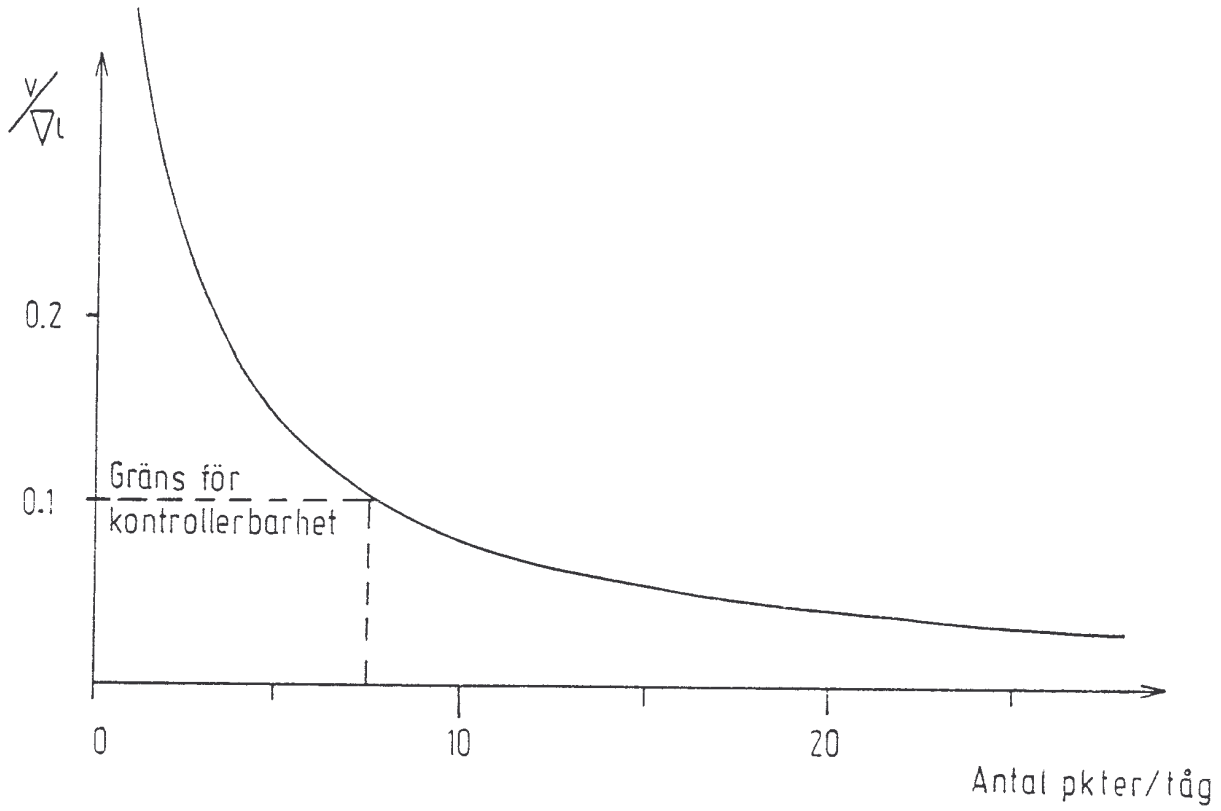


Fig. 4 Förbättringens andel av ett grovt fel vid polygonmätning som funktion av antalet mellanpunkter per tåg.

Det blir alltså svårare att lokalisera grova fel genom att studera förbättringar ju fler punkter det finns i varje tåg. Vem reagerar t ex på en förbättring på 8 mm i längd ? Av fig. 4 framgår emellertid att med 10 punkter/tåg ger ett dm-fel inte större förbättring än så.

Observera också den stora skillnaden mellan polygonisering och triangulering (n=0). Gränsen för kontrollerbarhet brukar sägas gå vid 0.1, vilket motsvarar ca 7-8 mellanpunkter.

Inre tillförlitlighet

Med hjälp av statistiska test,s k "data-snooping", kan man dock med ganska stor säkerhet detektera och lokalisera grova fel, även om förbättringarna i sig är små. Den fortsatta framställningen förutsätter att sådana test används, och då är som vi ska se skillnaderna inte fullt så stora som i fig. 4.

Låt $\nabla_o \ell$ beteckna det största grova fel som ej går att upptäcka. I fig.5 redovisas $\nabla_o \ell / \sigma$, där σ är motsvarande mätnings medelfel, som funktion av antalet punkter i tågen.

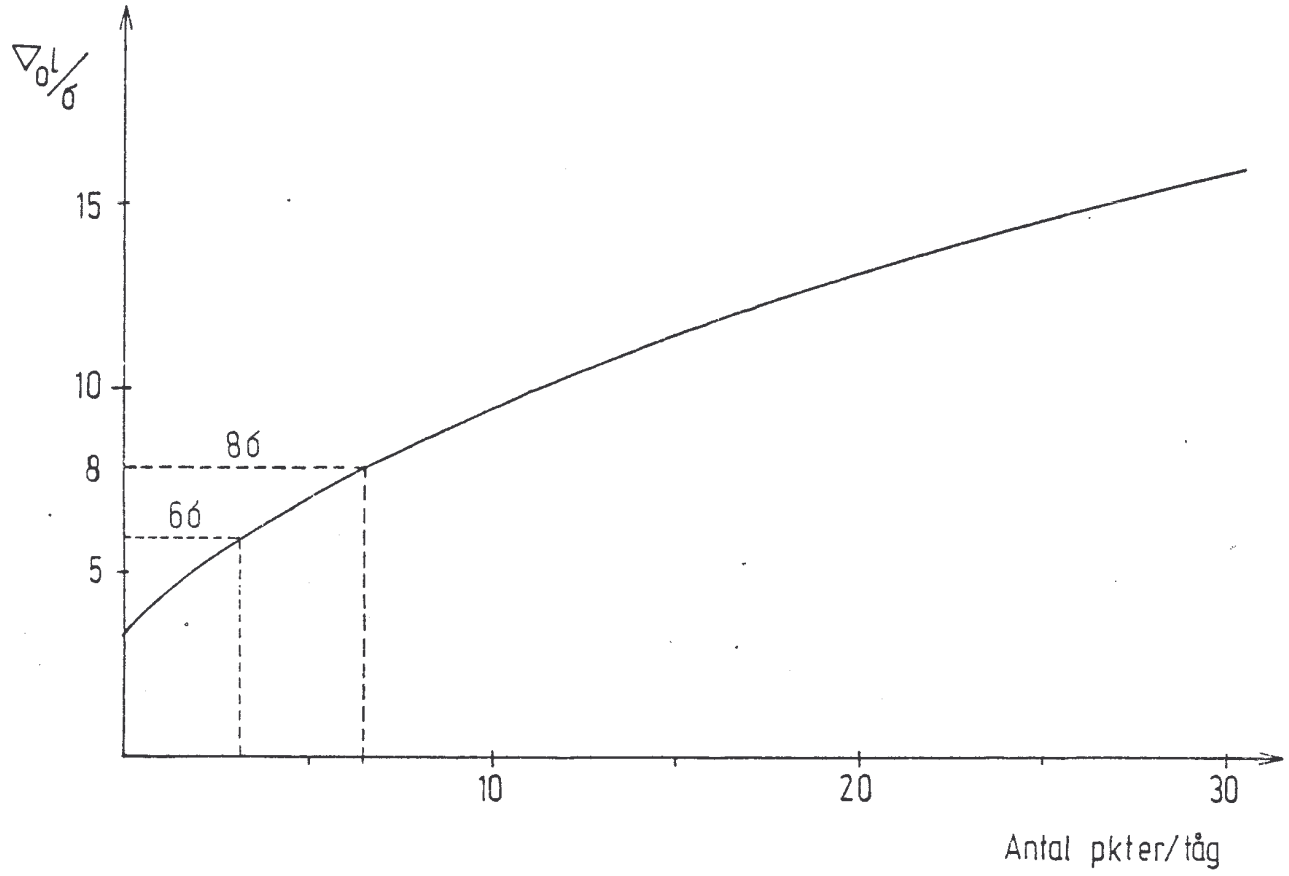


Fig. 5 Inre tillförlitligheten vid polygonmätning som funktion av antalet punkter/tåg.

En kvot på exempelvis 3 betyder alltså att $\nabla_o \ell = 3\sigma$. 3 eller möjligen 4 gånger medelfelet brukar i andra sammanhang anses vara övre gränsen för tolererbara grova fel (jfr det så kallade "3σ-testet"). Figuren visar dock att denna gräns endast klaras av triangelmätningen (n=0). Inom geodesin brukar man därför för plana stomnät godta 6-8 σ , dvs det dubbla, vilket här motsvarar upp till ca 3-7 mellanpunkter/polygontåg.

Yttre tillförlitlighet

Viktigare än den inre är den yttre tillförlitligheten, dvs hur ej upptäckta grova fel påverkar utjämningsresultatet. Det gör inte så mycket om ett grovt fel blir kvar i materialet så länge det inte ställer till några problem.

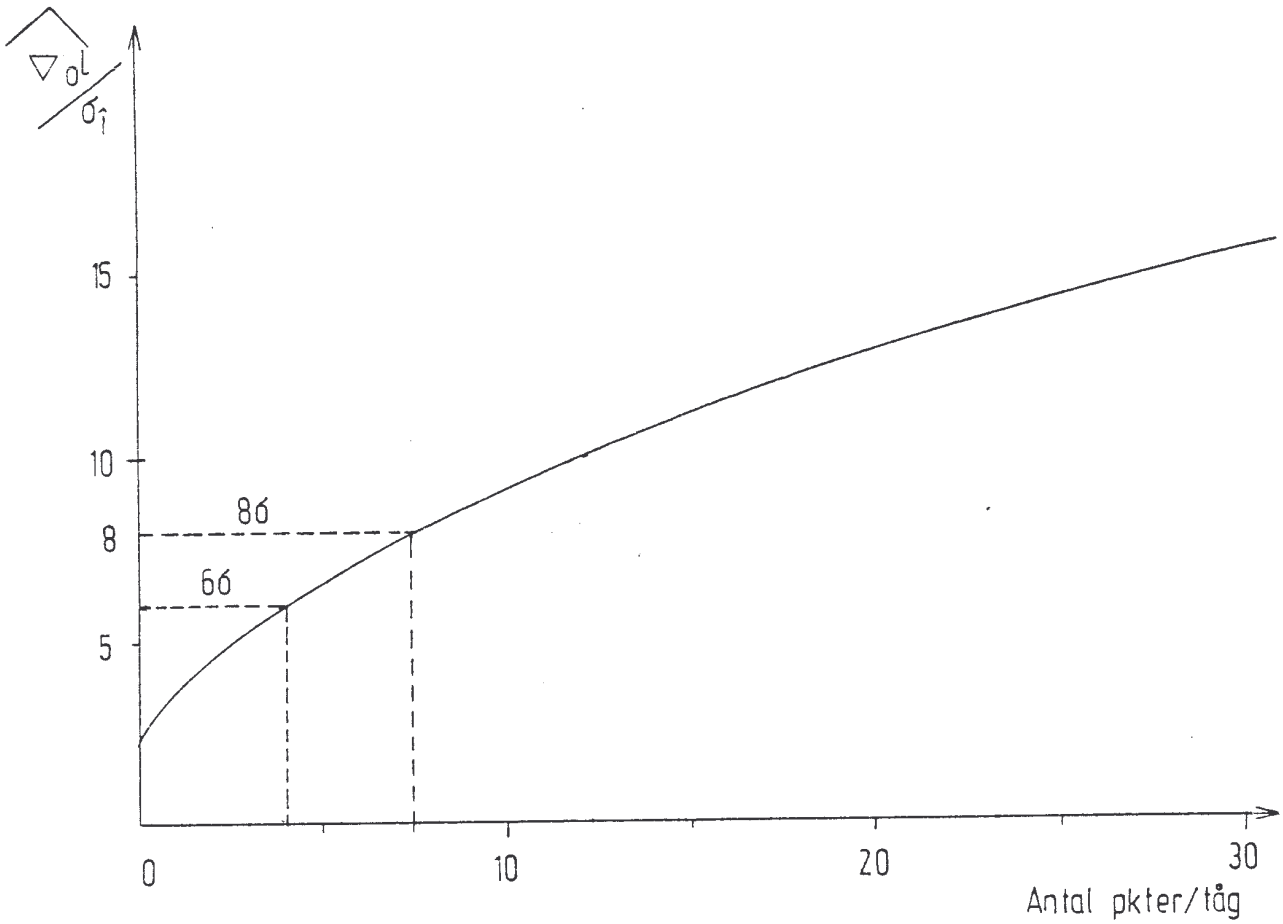


Fig. 6 Yttre tillförlitligheten vid polygonmätning som funktion av antalet punkter/tåg.

I fig. 6 åskådliggörs de ej upptäckbara grova felen $\nabla_0 l$:s påverkan $\widehat{\nabla_0 l}$ på motsvarande utjämnade storhet, t ex ett längdfels påverkan på det utjämnade avståndet mellan de aktuella punkterna. $\nabla_0 l$ redovisas i multiplar av motsvarande medelfel $\sigma_{\hat{l}}$ (medelfelet i utjämnade avstånd respektive riktningar), och som funktion av punktantalet.

Samma kriteria som i fig. 5 ger att högst 8, helst 4 eller färre mellanpunkter bör läggas ut i tågen om man vill ha en tillräcklig (yttre) tillförlitlighet i nätet.

Tillförlitlighetsstudierna har endast utförts på längdmätningarna, som är de mest kritiska åtminstone vad beträffar den yttre tillförlitligheten. Studierna innehåller flera approximationer. Exempelvis är fig. 4-6 förenklingar av de verkliga sambanden eftersom tillförlitligheten inte enbart beror på antalet punkter/tåg. Analysen förutsätter också att tågen inte är alltför sträckta. Tåg där alla sidor har ungefär samma riktning medför svårigheter vid lokalisering av grova fel.

SAMMANFATTNING - TUMREGLER VID PLANERING AV STORPOLYGONNÄT

Precisionen påverkas mest av sidlängden i tågen, och tillförlitligheten mest av antalet mellanpunkter. Båda dessa aspekter måste alltså beaktas, och utifrån analysresultatet ges följande tumregler - förslag till riktlinjer - beträffande storpolygonnäts planering. Ett storpolygonnät mätt enligt förutsättningarna i Säfflefallet, se sidan 1-2, har en noggrannhet som i sin helhet uppfyller vad som rekommenderas i TFA för 2:a ordningens triangelnät om

- längderna är längre än 1000 m, och
- antalet mellanpunkter/tåg ej överskrider 4 st

Punktmedelfelen i ett sådant nät är inte någonstans mer än dubbelt så stora som de man skulle fått för knutpunkterna om dessa istället hade bestämts med triangulering. Nätet bör gå att förtäta ytterligare utan problem.

Ett storpolygonnät där

- längderna är 400-1000 m och/eller
- maximala antalet punkter/tåg 5-8 st

är att betrakta som ett 3:e ordningens triangelnät enligt TFA. Punktmedelfelen blir då ytterligare något större, upp till ca 3 gånger triangelmätningsmedelfelen, och det blir också svårare att hitta grova fel i materialet. Förtätning för mindre precisionskrävande ändamål kan ske, men det bör då observeras att en ordning så att säga har gått förlorad genom att polygon- istället för triangelmätning har använts vid den första förtätningen.

Om man vill att ett storpolygonnät ska ha någon som helst högre status bör alltså

- längderna inte vara kortare än 400 m, och
- antalet punkter/tåg ej överskrida 8.

Annars är det fråga om vanlig polygonmätning.

Ovanstående förutsätter i om möjligt ännu högre grad än vid triangulering, att sedvanligt "stomnätspedanteri" iakttas vid mätningen. Anledningen är främst att toleranserna för tillförlitlighet innebär att gränsen för t ex upptäckbara längdfel är så hög som 4 cm vid 6 σ, ja ända upp till 6 cm för 8σ . De påverkar också punktkoordinaterna ungefär lika mycket.

Noggrannhetsangivelserna och diskussionen om ordningar gäller, som tidigare framhållits, strikt endast vid direktförtätning av riksnätet.

Slutningen bör framhållas en viktig fördel med storpolygonnät vad beträffar fortsatt förtätning, nämligen det faktum att metoden redan i första skedet ger en större punkttäthet än triangulering, vilket reducerar behovet av ytterligare "nedväxlingar" av nätet.

SLUTKOMMENTAR

I denna analys har polygonnäten utjämnats med s k elementutjämning - en metod som dels är sträng, dels ger såväl precisionsmått (punktmedelfel) som tillförlitlighetsmått.

Den stora nackdelen med metoden är att ekvationssystemet blir stort. Detta problem kan dock reduceras genom användande av "gruppvis utjämning". Elementutjämning har istället flera ytterligare fördelar:

- Det är samma metod som används för utjämning av triangelnät vilket underlättar en jämförelse.
- Ett godtyckligt mätprogram kan användas; det är inte nödvändigt att mäta i konventionella tåg, utan extra mätningar kan enkelt tas med.

Det finns inte ens något tågbegrepp med vid utjämningen - den enskilda mätningen och inte polygontåg är minsta enhet. Därför kan grova fel inte bara detekteras (upptäckas) utan den felaktiga mätningen kan ofta också lokaliseras direkt.

Polygontåg förekommer emellertid i samband med den bestämning av närmekoordinater som måste föregå en elementutjämning. I samband därmed kan slutningsfel beräknas och kontrolleras mot TFA. Vidare ges då ytterligare möjligheter till felsökning enligt de principer som tillämpas vid de vanliga, icke-stränga, utjämningsmetoderna.

Avsikten med rapporten har dock varit att ge råd om hur polygonnät ska utformas, inte hur de ska beräknas. Därför tar vi inte här ställning till vilken beräkningsmetod som bör användas, även om det mesta talar för att storpolygonnät av denna typ bör utjämnas strängt.

REFERENSER

Nyberg, J-O Persson, C-G	(1976)	Om utjämning av polygontåg och polygonnät. Examensarbete, KTH, Stockholm 1976.
Persson, C-G	(1982)	Utjämning, analys och optimering av triangelnät. Föredrag, NKG Gävle 1982.